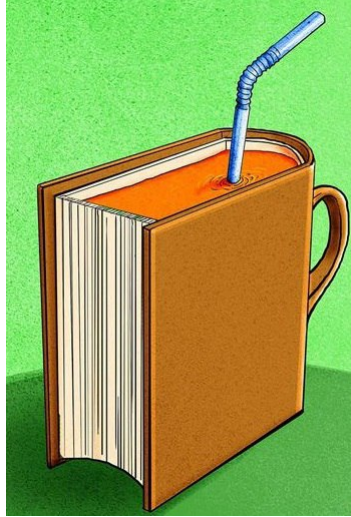




ریاضی سرخ را قُلب قُلب بنوشید!!!

ریاضی هفتم سرخ

اهم ویژگی‌های کتاب

- ★ ارائه درس‌نامه ساده و روان به صورت بخش به بخش کتاب درسی
- ★ تمرین‌های متنوع و طبقه‌بندی شده و هدفمند جهت کار در منزل
- ★ ارائه آزمون‌های امتحانی در پایان هر فصل و نیم سال
- ★ ارائه چند دوره آزمون‌های بهبود عملکرد
- ★ استفاده از برنامه تخصصی $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ برای تایپ اصولی

سرشناسه: گروه مؤلفان سرنخ
عنوان و نام پدیدآور: کتاب کار ریاضی نمونه پایه هفتم/ گروه مؤلفین
مشخصات نشر: یزد، انتشارات سرنخ، ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری: ۲۵۰ ص، مصور(رنگی)، جدول، نمودار
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۹۶۸۵-۴-۱
وضعیت فهرست نویسی: فیپای مختصر
شناسه افزوده: انتشارات سرنخ
موضوع: ریاضیات - مسائل، تمرین ها و غیره
شماره ی کتابشناسی ملی: ۵۳۲۵۲۰۹

نام کتاب: ریاضی نمونه پایه ی هفتم
 مولفین، ناظرین و پدیدآوردندگان (به ترتیب الفبا): محمدعلی آزادنژاد، داوود احمدی، سمانه اسدی

احمد بهمدی، مهدیه حاجی آخوندی، مهدی خانجانهانی
 محمد خضری، امیر محمد دهشیری، محمد جواد دهقان اشکذری
 محسن راجی، فاطمه زرنگارپناه، مریم شهری زاده
 حمید صادقی، فخرالسادات عابدینیان، سیده فاطمه عزیزالدینی
 علیرضا غدیری، محمد رضا قربانی، عباس کارگر
 غلام حسین کارگر، ... کرم کیانی، رضا ملک زاده
 محمدرضا منتظری، عالیله مهرآموز، سعیده السادات میرفخرالدین
 میثم وطنیه، محمدعلی هادیان ندوشن

معصومه اجودانی

معصومه اجودانی، فریبا عظیمی

حسین دهقان

انتشارات سرنخ

۹۷ - ۳۹۴

هفتم (۱۴۰۳)

۴۰۰۰ نسخه

۱۶۷۰۰۰ تومان

یزد، بلوار شهید پاک نژاد، کوچه زیتون - تلفن ۰۳۵۳۷۲۴۸۰۰۵

انتشارت سرنخ (۰۳۵۳۷۲۸۱۰۷۰)

@Riazi Vsarnakh

حروف نگار:

صفحه آرا و رسام:

طراح جلد:

ناشر:

شماره ثبت کتاب:

نوبت چاپ:

شمارگان:

قیمت:

دفتر مرکزی:

مرکز پخش:

کانال ارتباطی داخل ایتا و تلگرام:



کلیه ی حقوق مادی و معنوی این اثر برای انتشارات سرنخ محفوظ است. هیچ شخص حقیقی و حقوقی حق چاپ و تکثیر این اثر را به هر شکل و صورت اعم از فتوکپی، چاپ کتاب و ... را ندارد.
 متخلفین به موجب بند ۵ ماده ی قانون حمایت از ناشرین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

فهرست مطالب

۱	راهنمای حل مسئله
۰	درس اول: راهنبرد رسم شکل
۵	درس دوم: راهنبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)
۸	درس سوم: راهنبرد حذف حالت‌های نامطلوب
۹	درس چهارم: راهنبرد الگویابی
۱۱	درس پنجم: راهنبرد حدس و آزمایش
۱۳	درس ششم: راهنبرد زیر مسئله
۱۴	درس هفتم: راهنبرد حل مسئله ساده‌تر
۱۶	درس هشتم: راهنبرد نمادین سازی
۱۷	آزمون پایان فصل
۱۹	سوالات چهار گزینه‌ای
۲۱	یک پله بالاتر
۲۲	۲ عددهای صحیح
۲۳	درس اول: معرفی عددهای علامت‌دار
۲۹	درس دوم: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
۳۱	درس سوم: جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
۳۳	درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای صحیح
۳۷	آزمون پایان فصل
۳۹	سوالات چهار گزینه‌ای
۴۱	یک پله بالاتر
۴۲	۳ جبر و معادله
۴۳	درس اول: الگوهای عددی
۴۹	درس دوم: عبارت‌های جبری
۵۶	درس سوم: مقدار عددی یک عبارت جبری
۶۰	درس چهارم: معادله
۶۶	آزمون پایان فصل
۶۸	سوالات چهار گزینه‌ای
۷۰	یک پله بالاتر
۷۱	۴ هندسه و استدلال
۷۲	درس اول: روابط بین پاره‌خط‌ها
۷۷	درس دوم: روابط بین زاویه‌ها
۸۳	درس سوم: تبدیلات هندسی
۸۶	درس چهارم: شکل‌های مساوی "هم‌نهشت"
۸۸	آزمون پایان فصل
۹۲	سوالات چهار گزینه‌ای
۹۴	یک پله بالاتر

۹۵	شمارنده‌ها و اعداد اول	۵
۹۶	درس اول: عدد اول	۱.۵
۹۸	درس دوم: شمارنده اول	۲.۵
۱۰۱	درس سوم: بزرگترین شمارنده مشترک	۳.۵
۱۰۴	درس چهارم: کوچک‌ترین مضرب مشترک	۴.۵
۱۰۹	آزمون پایان فصل	۵.۵
۱۱۱	سوالات چهار گزینه‌ای	۶.۵
۱۱۲	یک پله بالاتر	۷.۵
۱۱۳	سطح و حجم	۶
۱۱۴	درس اول: حجم‌های هندسی	۱.۶
۱۱۸	درس دوم: محاسبه حجم‌های منشوری	۲.۶
۱۲۱	درس سوم: مساحت جانبی و کل	۳.۶
۱۲۴	درس چهارم: حجم و سطح	۴.۶
۱۲۷	آزمون پایان فصل	۵.۶
۱۲۹	سوالات چهار گزینه‌ای	۶.۶
۱۳۱	یک پله بالاتر	۷.۶
۱۳۲	توان و جذر	۷
۱۳۳	درس اول: توان	۱.۷
۱۳۷	درس دوم: محاسبه عبارت توان‌دار	۲.۷
۱۴۰	درس سوم: ساده کردن عبارت‌های توان‌دار	۳.۷
۱۴۴	درس چهارم: جذر و ریشه	۴.۷
۱۴۹	آزمون پایان فصل	۵.۷
۱۵۱	سوالات چهار گزینه‌ای	۶.۷
۱۵۳	یک پله بالاتر	۷.۷
۱۵۴	بردار و مختصات	۸
۱۵۵	درس اول: پاره‌خط جهت‌دار، بردارهای مساوی و قرینه	۱.۸
۱۵۸	درس دوم: مختصات	۲.۸
۱۶۴	درس سوم: بردار انتقال	۳.۸
۱۶۸	آزمون پایان فصل	۴.۸
۱۷۱	سوالات چهار گزینه‌ای	۵.۸
۱۷۳	یک پله بالاتر	۶.۸
۱۷۴	آمار و احتمال	۹
۱۷۵	درس اول: جمع‌آوری و نمایش داده‌ها	۱.۹
۱۷۶	درس دوم: نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها	۲.۹
۱۷۹	درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس	۳.۹
۱۸۲	درس چهارم: احتمال و تجزیه	۴.۹
۱۸۵	آزمون پایان فصل	۵.۹
۱۸۸	سوالات چهار گزینه‌ای	۶.۹
۱۹۰	یک پله بالاتر	۷.۹



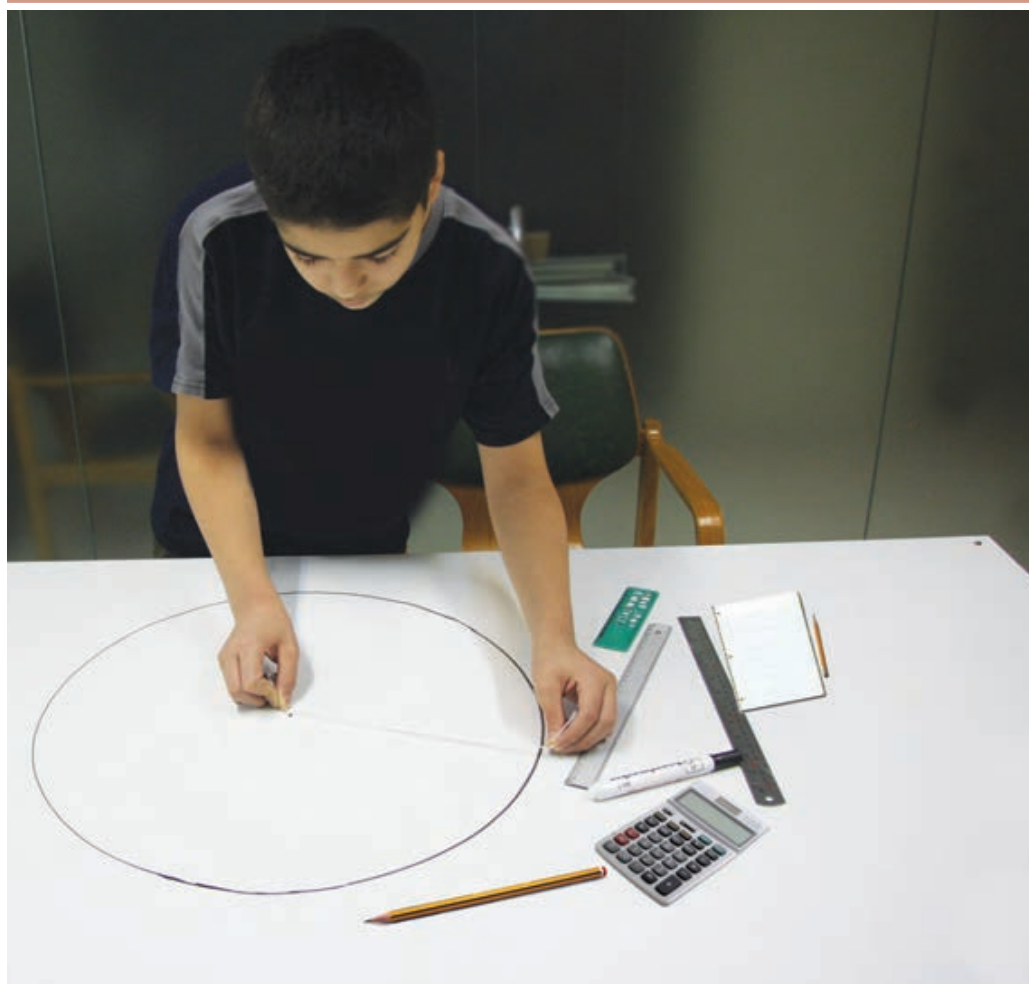
۱۹۱	آزمون‌های امتحانی نوبت اول و دوم
۱۹۲	آزمون امتحانی نوبت اول شماره ۱
۱۹۶	آزمون امتحانی نوبت اول شماره ۲
۱۹۸	آزمون امتحانی نوبت دوم شماره ۱
۲۰۱	آزمون امتحانی نوبت دوم شماره ۲
۲۰۵	آزمون امتحانی نوبت دوم شماره ۳



۱ راهبردهای حل مسئله

- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روشن‌های نمادین

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله



مقدمه:

به نام زیبای پروردگار و سلام خدمت شما دانش‌آموزان گرامی و تبریک به شما نوگلان دوره اول متوسطه. بخشی از درس ریاضی ششم را که بسیار پراهمیت و پرکاربرد است با عنوان «احترام» آغاز می‌کنیم و با به‌خاطر داشتن آن وارد مباحث ریاضی هفتم خواهیم شد.

براساس فرموده پیامبر (ص) و ائمه معصومین (ع)، ادب و احترام نسبت به پدر، مادر، معلم و به‌طور کلی بزرگترها آن است که به احترامشان برخیزیم و جلوتر از آنها راه نرویم. من و شما دانش‌آموزان عزیز هم باید ادب و احترام را نسبت به بزرگترها رعایت کنیم. به‌خصوص جلوتر از آنها راه نرویم و همیشه اولویت را به آنها بدهیم.

جالب اینکه این قانون زیبای احترام، در ریاضیات هم برقرار است. دوست دارید بزرگترها را در ریاضیات بشناسید؟

۱. جناب پرانتز (بزرگ پرانتزها، درونی‌ترین آنها است).

۲. توان و جذر، با این دو دوستان بعداً آشنا می‌شوید.

حالا نوبت دوقلوهاست.

۳. ضرب و تقسیم

۴. جمع و تفریق

به نظر شما تکلیف دوقلوها چیست؟ کدام بزرگتر است؟

پاسخ: هر کدام زودتر برسد، زودتر به کارش رسیدگی می‌شود (مثل صف) (زودتر در ریاضی سمت چپ است).

$$\overbrace{3 + \underbrace{(4 \times 5)}_{(1)}}^{(3)} \div 10 = 3 + 20 \div 10 = 3 + 2 = 5$$

(۲)

مثال:

$$4 + 24 \div 4 \times 3 - (5 + 7)$$

مثال:

ابتدا با پرانتزگذاری ترتیب اولویت‌ها را مشخص می‌کنیم. سپس حاصل پرانتزها را محاسبه و جمع و تفریق را از چپ به راست انجام می‌دهیم.

$$4 + ((24 \div 4) \times 3) - (5 + 7) = 4 + (6 \times 3) - 12 = 4 + 18 - 12 = 10$$

$$2 + 4 \div 4 = 2 + (4 \div 4) = 2 + 1 = 3$$

مثال:

بخش ۱.۱

درس اول: راهبرد رسم شکل

درس نامه ۱

مسئله یعنی سؤال مطرح شده یا مشکل بوجود آمده. انسان موجودی است که می‌خواهد برای هر سؤالی جوابی پیدا کند و وقتی که به لذت و شیرینی پیدا کردن جواب می‌رسد که خودش توانسته باشد آن مسئله را حل کند. انسان‌های خلاق و مبتکر که به این لذت رسیده‌اند؛ حاضر نیستند به سادگی آن را از دست بدهند.

شما دانش آموزان عزیز سعی کنید؛ مسئله‌های مطرح شده را خودتان به تنهایی حل کنید و وقتی به جواب برسید؛ در خود یک احساس خوشحالی خواهید نمود و این امر باعث می‌شود کم‌کم به یک فرد خلاق و متفکر تبدیل شوید؛ که نه تنها در درس ریاضی بلکه در سایر درس‌ها نیز پیشرفت نماید. 

پیشنهاد: برای این که لذت حل مسئله را درک کنید؛ ابتدا از مسئله‌های آسان شروع کنید و کم‌کم که مهارت حل مسئله را یاد گرفتید؛ به سراغ مسئله‌های مشکل‌تر بروید.

داستان:

داستان زیر را بخوانید و سعی کنید مراحل حل مسئله را به خوبی درک کرده و به خاطر بسپارید. معلم قرآن به حسن می‌گوید؛ به دفتر مدرسه برو و رادیو ضبط را گرفته و به کلاس بیاورد؛ تا نوار درس مربوطه را برای دانش‌آموزان پخش کند؛ تا آنها بهتر با تلفظ و قرائت درس آشنا شوند. حسن به دفتر مدرسه می‌رود و از پشت در دفتر متوجه می‌شود که مدیر به اخبار رادیو گوش می‌دهد. ولی او اجازه گرفته و رادیو ضبط را به کلاس می‌آورد. معلم به حسن می‌گوید: "نوار را داخل رادیو ضبط قرار بده و آن را به برق بزن تا نوار را برای دانش‌آموزان پخش کنیم." وقتی حسن رادیو را به پرز می‌زند؛ با کمال تعجب می‌بیند رادیو ضبط کار نمی‌کند. مشکل کار در کجاست؟

(۱) رادیو ضبط خراب است؟

(۲) برق نیست؟

(۳) پرز برق خراب است؟

حسن می‌گوید: "آقا رادیو ضبط خراب نیست؛ زیرا من خودم صدای آن را از پشت در دفتر شنیدم و برق هم نرفته است زیرا پنکه کلاس در حال چرخیدن است. پس باید پرز برق خراب شده باشد."

فهمیدن مسئله:

اولین گام در حل مسئله فهمیدن مشکل است؛ زیرا اگر ما مسئله را اشتباه متوجه شویم؛ نه تنها آن را نمی‌توانیم حل کنیم؛ بلکه وقت و انرژی زیادی از ما تلف می‌شود و خود این امر باعث سرخوردگی و ناراحتی ما می‌شود. مثلاً در داستان بالا، اگر حسن اشتباهی خراب شدن رادیو را مشکل در نظر می‌گرفت؛ باید برای حل آن



کلی هزینه و وقت می گذاشت و رادیو ضبط را به تعمیرگاه می برد و تازه آنجا متوجه می شویم رادیو خراب نیست و بعد از این همه رفت و آمد مشکلی را حل نکرده ایم. پس قبل از شروع حل مسئله آنرا خوب بخوانیم و درک کنیم تا بفهمیم مسئله چه چیزی را از ما خواسته است.



ادامه داستان:



معلم به حسن گفت: "آفرین به این همه دقت، حالا که فهمیدی مشکل در کجاست؛ به کارگاه مدرسه برو و ابزار لازم برای درست کردن پرز را به کلاس بیاور؛ تا من پرز را درست کنم." حسن وارد کارگاه مدرسه می شود؛ نگاهی به تخته ابزار کارگاه می اندازد؛ انواع انبردستی، پیچ گوشتی، آچار و روی آن قرار دارد. حسن یک فازمتر و یک سیم چین را انتخاب کرده و به کلاس می آورد.

انتخاب راهبرد مناسب:

دومین گام در حل مسئله انتخاب راهبرد مناسب یا همان انتخاب ابزار مناسب برای حل مسئله است. اگر در انتخاب خود اشتباه کنیم؛ ممکن است حل مسئله برایمان سخت یا غیر ممکن شود. مثلاً اگر حسن اشتباهی آچار فرانسه را انتخاب کرده بود؛ نه تنها مشکل حل نمی شد بلکه دوباره باید به کارگاه برمی گشت و آن را عوض می کرد یا اگر به جای فازمتر یک پیچ گوشتی معمولی را انتخاب می نمود؛ ممکن بود بتواند با آن پیچ پرز را باز کند؛ ولی این کار با دشواری صورت می گرفت و شاید خطر آن بیشتر باشد. پس باید راهبردهای حل مسئله را به خوبی بشناسیم و بدانیم هر کدام در چه نوع مسئله ای کاربرد دارد. (در قسمت بعد راهبردها و کارایی هر کدام را به طور کامل توضیح می دهیم)



ادامه داستان:



حسن ابزار لازم را به آقای معلم می دهد؛ معلم فازمتر و سیم چین را روی میز کلاس گذاشته و فقط به پرز نگاه می کند؛ بعد از چند دقیقه یکی از دانش آموزان به معلم می گوید: "آقا پرز را درست نمی کنید؟" معلم پاسخ می دهد: "چرا حالا درست می کنم؛ ولی می خواستم به شما نشان دهم که داشتن ابزار خوب برای درست کردن و حل مشکل کافی نیست بلکه باید وارد عمل شد." معلم سپس پیچ پرز را باز می کند و متوجه می شود؛ یکی از سیم ها از جای خود خارج شده است؛ آن را در جای خودش قرار می دهد و پرز را دوباره می بندد.

حل کردن مسئله:

همان طور که در خود داستان نیز متوجه شدید؛ تا انسان وارد عمل نشود مشکلی حل نخواهد شد و با سعی و تلاش و دقت است که مسئله حل می شود. پس در هر مسئله ای بعد از انتخاب راهبرد مناسب وارد عمل شوید و از اینکه ممکن است به نتیجه نرسید ناراحت و دلسرد نشوید؛ زیرا شما تلاش و کوشش خود را کرده اید و این خود ارزشمند است. پس دوباره سؤال را بخوانید؛ شاید مسئله را درست نفهمیده اید یا شاید ابزار مناسب برای حل سؤال را انتخاب نکرده اید.



ادامه داستان:



معلم به حسن می‌گوید: "حسن حالا رادیو ضبط را به برق بزن ببینیم پریز درست شده است یا نه" و حسن این‌کار را انجام می‌دهد و خوشبختانه رادیو ضبط روشن شد و صدای تلاوت قرآن در کلاس پخش شد.

بازگشت به عقب:

در ریاضی به عمل امتحان کردن و بررسی این‌که جواب به‌دست آمده درست است یا نه بازگشت به عقب می‌گویند.

اکنون طبق قولی که داده بودیم به راهبردهای حل مسئله می‌پردازیم و مشخص می‌کنیم هر راهبرد برای چگونه مسئله‌ای کاربرد دارد؛ ولی بدانید که یک مسئله را می‌توان از راه‌های مختلف حل کرد و دانش‌آموز زرنگ دانش‌آموزی است که بتواند یک مسئله را از چند روش مختلف حل کند. هم‌چنین در مسئله‌های پیچیده ممکن است؛ یک مسئله فقط از یک راهبرد حل نشود و مجبور باشیم چند راهبرد را در کنار هم به‌کار ببریم.

راهبرد رسم شکل

یکی از ابزارها و روش‌های قدیمی که هنوز کاربرد زیادی در حل مسئله‌ها دارد استفاده از رسم شکل است؛ به‌طوری‌که هنوز انسان مسئله‌های خیلی پیچیده و مشکل خود - مانند ساختمان‌سازی - را ابتدا با رسم شکل انجام می‌دهد.

جالب است بدانید که مهندسین عمران و معماری قبل از ساختمان‌سازی به رسم نقشه‌های ساختمان با نرم افزارهای مربوط به آن می‌پردازند. (یعنی هنوز ساختمان ساخته نشده کاملاً می‌توان فهمید چه مقدار آهن در ساختمان نیاز است.) تقریباً بیشتر مسئله‌ها را می‌توان با رسم شکل انجام داد؛ ولی رسم شکل وقت زیادی از ما می‌گیرد؛ اما برای بهتر فهمیدن مسئله کشیدن یک شکل ساده خیلی به ما کمک می‌کند؛ مخصوصاً در سؤالات هندسه.

در زیر سه نمونه مثال مطرح شده است:

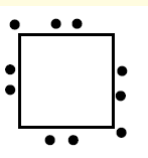
⊗ در مثال اول به غیر از رسم شکل ما چاره دیگری نداریم.

⊗ در مثال دوم و سوم رسم شکل به حل مسئله خیلی کمک می‌کند

⊗ در مثال چهارم رسم شکل مناسب نبوده و برای این مسئله باید راه دیگری را انتخاب کنیم.

مثال

چگونه ۱۰ سرباز از یک پادگان مربع شکل مراقبت کنند؛ به‌طوری‌که تعداد نگهبان‌های هر دیوار با هم مساوی باشند؟

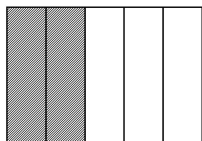


یکی از جواب‌ها بیان شده است؛ جواب‌های دیگر را خودتان پیدا کنید.

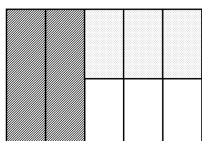


مثال

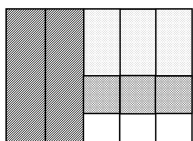
$\frac{2}{5}$ دانش آموزان یک کلاس فوتبال و $\frac{1}{4}$ بقیه کلاس والیبال و نصف بقیه کلاس طناب زنی می کنند و سه نفر باقی مانده نیز داور این سه ورزش هستند. این کلاس چند دانش آموز دارد؟



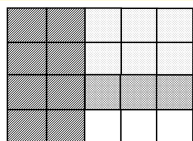
ابتدا یک مستطیل رسم کرده و آن را به ۵ قسمت مساوی تبدیل می کنیم و دو قسمت آن را به فوتبال اختصاص می دهیم.



سپس سه قسمت باقی مانده را به دو مساوی قسمت کرده و به والیبال اختصاص می دهیم.



در مرحله بعد بقیه کلاس را نصف کرده و به طناب زنی اختصاص می دهیم.



در مرحله آخر همه قسمت ها را هم اندازه می کنیم که شکل به ۲۰ قسمت هم اندازه تبدیل می شود و در هر قسمت ۱ نفر قرار می گیرد. پس کلاس $20 = 1 \times 20$ دانش آموز دارد.

مثال

در یک مزرعه ۱۰ مرغ و گاو وجود دارد؛ که روی هم ۲۴ پا دارند. چند تا از این حیوانات مرغ و چند تا گاو است؟

برای حل مساله با رسم شکل از $\bigcirc$ در نقش مرغ و |||| در نقش گاو استفاده می کنیم.
۱. ابتدا ۱۰ دایره می کشیم. در مزرعه ده گاو و مرغ داریم



۲. حال به تمام دایره ها دو پا اضافه می کنیم (یعنی تمام حیوانات مزرعه مرغ هستند).



۳. بنابراین $20 = 2 \times 10$ پا رسم شده است. ولی در مزرعه ۲۴ پا داشتیم بنابراین به هر شکل دو تا

دو تا پا اضافه می کنیم تا $\bigcirc$ (نقش مرغ) به |||| (نقش گاو) شود. بنابراین شکل های جدید به صورت زیر می شود.



بنابراین در مزرعه ۲ گاو و ۸ مرغ داریم.

مثال

در یک مزرعه ۲۰۰ مرغ و گاو وجود دارد؛ که روی هم ۵۴۰ پا دارند. چند تا از این حیوانات مرغ و چند تا گاو است؟

دیگر رسم شکل مناسب نیست و باید روش تستی حل شود.

راهنمایی: فرض کنید در ابتدا ۲۰۰ مرغ داریم و تعداد پاها را حساب می‌کنیم.
 $200 \times 2 = 400$
 حال ۴۰۰ پا از مجموع پاها کم می‌کنیم.

اکنون ۱۴۰ پا باید اضافه کنیم و برای اینکه مرغ‌ها به گاو تبدیل شوند باید به هر کدام دو پا بدهیم. بنابراین با این کار تعداد گاوها را به دست می‌آوریم.

$140 \div 2 = 70$
 ۷۰ تا از حیوانات مزرعه گاو هستند. حال ۷۰ را از تعداد کل حیوانات کم می‌کنیم تا تعداد مرغ‌ها به دست بیایند.

$200 - 70 = 130$
 بنابراین ۷۰ گاو و ۱۳۰ مرغ در این مزرعه وجود دارد.

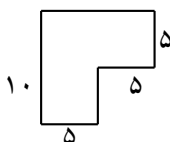
۱- یک فرش به طول ۴ متر و عرض ۳ متر را در وسط یک اتاق مستطیل شکل می‌اندازیم اگر فاصله‌ی فرش از هر طرف با دیوارهای اتاق ۱ متر باشد. مساحت اتاق را به دست آورید.

۲- قورباغه‌ای از ارتفاع ۱۰ متری بالا می‌رود. اگر با هر بار جهش ۳ متر به بالا رود و ۲ متر به پایین لیز بخورد، پس از چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

۳- توپی از ارتفاع ۳۲ متری زمین رها می‌کنیم این توپ در اثر هر برخورد با زمین $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی‌اش بالا می‌آید. این توپ پس از طی مسافت ۸۸ متر چند بار به زمین برخورد کرده است؟

۴- یک زمین اسکیت به شکل دایره و به شعاع $\frac{1}{4}$ متر داریم. می‌خواهیم به فاصله‌ی ۲ متر دور تا دور آن را نرده‌کشی کنیم چند متر نرده نیاز است؟

۵- توپی را از بالای ساختمان ۱۸ متری به اندازه ۶ متر به سمت بالا پرتاب می‌کنیم اگر توپ پس از برخورد به زمین، نصف ارتفاع قبلی خود به سمت بالا برود در سومین برخورد به زمین چند متر حرکت کرده است؟



۶- باغچه‌ای به شکل روبرو است اگر بخواهیم در فاصله یک متری از ضلع‌های باغچه دور تا دور آن نرده بکشیم چند متر نرده نیاز داریم؟

بخش ۲.۱

درس دوم: راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)

درس نامه ۲

اگر در مسئله‌ای خواسته باشیم؛ همه حالت‌های ممکن یا همه‌ی جواب‌های ممکن برای یک سؤال را بنویسیم؛ بهتر است از الگو یا نظم خاصی پیروی کنیم؛ که به این روش الگوسازی یا تفکر نظام‌دار می‌گویند. برای این‌که نظم خاص رعایت شود؛ معمولاً از جدول استفاده می‌کنیم. به همین علت بعضی از افراد به این روش حل مسئله، جدول نظام‌دار نیز می‌گویند.

مثال

یک سکه و یک تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم؛ چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؛ آنها را بنویسید.

پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۶	۵	۴	۳	۲	۱	تاس

۱۲ حالت اتفاق می‌افتد که در جدول بالا به ترتیب نوشته شده است. حال یک لحظه فکر کنید اگر از نظم خاص پیروی نکنیم و خواسته باشیم؛ به روش زیر حالت‌ها را بنویسیم؛ چقدر با در دسر روبه‌رو می‌شویم. شما در ریاضی باید نظم را یاد بگیرید. (اگر ۲۰ می‌خواهی، باید نظم در ریاضی داشته باشی. 😊)

(رو، ۱)، (رو، ۲)، (رو، ۳)، (رو، ۴)، (رو، ۵)، (رو، ۶)، (پشت، ۱)، (پشت، ۲)، (پشت، ۳)، (پشت، ۴)

(پشت، ۵)، (پشت، ۶)

مثال

روی خطی ۵ نقطه داریم، چند پاره خط به وجود می آید؟



نقطه اول	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳	۳	۴
نقطه دوم	۲	۳	۴	۵	۳	۴	۵	۴	۵	۵

به وسیله هر دو نقطه یک پاره خط تشکیل می شود. بنابراین ۱۰ پاره خط داریم.

مثال

روی خطی ۲۰ نقطه وجود دارد، چند پاره خط به وجود می آید؟

در این مثال دیگر رسم جدول الگوسازی مناسب نیست. پس شما را با روش تستی آشنا می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{تعداد پاره خط هرگاه نقاط روی خط قرار دارند.} &= \frac{(1 - \text{تعداد نقاط}) \times \text{تعداد نقاط}}{2} \\ &= \frac{20 \times (20 - 1)}{2} = \frac{20 \times 19}{2} = 190. \end{aligned}$$

نکته ۱ باید توجه داشت که هرگاه نقاطی را روی نیم‌خط قرار دهیم، یک نقطه به مجموع نقاط اضافه می‌شود و هرگاه نقاطی روی پاره‌خط قرار دهیم دو نقطه به مجموع نقاط اضافه می‌شود.

مثال

روی نیم‌خطی ۲۰ نقطه قرار دارد. چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

$$\text{نقطه: } 20 + 1 = 21$$

$$\text{طبق فرمول: } \frac{21 \times (21 - 1)}{2} = \frac{21 \times 20}{2} = 210$$

مثال

روی پاره‌خطی ۲۰ نقطه قرار دارد. چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

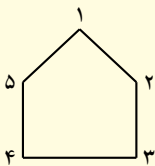
$$\text{نقطه: } 20 + 2 = 22$$

$$\text{طبق فرمول: } \frac{22 \times (22 - 1)}{2} = \frac{22 \times 21}{2} = 231$$

مثال

یک پنج ضلعی چند قطر دارد؟

حل با روش الگوسازی:



نقطه اول	۱	۱	۲	۲	۳
نقطه دوم	۳	۴	۴	۵	۵

از برخورد هر دو نقطه (رأس) غیرمتوالی، قطر به وجود می‌آید. پس ۵ قطر داریم.

مثال

یک ۲۰ ضلعی چند قطر دارد؟

دیگر روش الگوسازی مناسب نیست. روش تستس آن به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \text{تعداد قطرهاى يك چند ضلعى} &= \frac{(3 - \text{تعداد ضلعها}) \times \text{تعداد ضلعها}}{2} \\ &= \frac{20 \times (20 - 3)}{2} = \frac{20 \times 17}{2} = 170 \end{aligned}$$

۱- دو عدد طبیعی بیابید که حاصل ضرب آن‌ها ۱۲ و حاصل جمع آن‌ها کمترین مقدار ممکن باشد.

۲- تعداد زیادی سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان ۵۵۰ تومان درست کرد؟

۳- با رقم‌های ۲ و ۳ و ۴ و ۵ تمام اعداد ۴ رقمی را بنویسید که بر ۵ بخش پذیر باشد. (بدون تکرار ارقام)

۴- با انگشتان یک دست به چند صورت می‌توان عدد ۳ را نشان داد؟

۵- روی محیط یک دایره ۴ نقطه مشخص کرده‌ایم. چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که این ۴ نقطه رأس‌های مثلث‌ها باشند؟

۶- اگر حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۱۸ باشد. آن دو عدد را چنان بیابید که اختلاف آن‌ها بیشترین مقدار باشد؟

۷- محیط مستطیلی ۳۶ است. کمترین و بیشترین مقدار مساحت چقدر است؟

۸- مساحت مستطیلی ۱۲ سانتی‌متر مربع است. اگر اضلاع مستطیل اعداد طبیعی باشد:

آ) چند مستطیل با این شرایط وجود دارد؟

ب) کدام یک کمترین محیط را دارد؟

بخش ۳.۱

درس سوم: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

درس نامه ۳

در مسئله‌هایی که به دنبال حالت خاصی هستیم؛ بهتر است ابتدا با کمک روش نظام‌دار همه حالت‌های ممکن را در نظر بگیریم؛ سپس حالت‌هایی که جواب نیستند، را کنار بگذاریم؛ تا به جواب اصلی برسیم. مانند مسابقه ۲۰ سؤالی که با سؤال‌هایی که می‌پرسیم؛ محدوده جواب را کوچک کرده تا به جواب اصلی برسیم.

پیشنهاد: ابتدا جدول راهبرد الگوسازی را رسم کنید و سپس یک ستون با عنوان حالت مطلوب به آن اضافه کنید؛ تا به جواب برسید.

مثال

یک سکه و یک تاس را پرتاب می‌کنیم؛ در چند حالت عدد ۳ نمی‌آید؟

در این سؤال آمدن عدد ۳ برای ما مطلوب نیست؛ پس ابتدا آن را مشخص کرده و کنار می‌گذاریم؛ بقیه حالت‌های باقی مانده مطلوب و جواب سؤال هستند. که در جدول زیر حالت‌های نامطلوب رنگی مشخص شده است؛ پس ۱۰ حالت باقی مانده جواب است.

سکه	رو	رو	رو	رو	رو	رو	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت
تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱	۲	۳	۴	۵	۶
حالت مطلوب	رو: ۱	رو: ۲	رو: ۳	رو: ۴	رو: ۵	رو: ۶	پشت: ۱	پشت: ۲	پشت: ۳	پشت: ۴	پشت: ۵	پشت: ۶

مثال

بزرگترین عدد سه رقمی را بیابید که بر ۱۵ بخش پذیر باشد؟ رقم تکراری نداشته باشد.

می‌دانیم عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که هم بر ۵ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد و عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر یا پنج باشد. پس ابتدا می‌رویم به سراغ ۹۸۵ و می‌دانیم عددی بر ۳ بخش پذیر است که جمع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد. پس این حالت نامطلوب می‌شود. حالت آزمایش بعدی ۹۸۰ می‌باشد که باز نامطلوب است. سپس ۹۷۵ که رد می‌شود و بعد از آن ۹۷۰ که رد می‌شود هم چنین ۹۶۵. سپس ۹۶۰ هم بر ۵ و هم بر ۳ بخش پذیر است.

صدگان	دهگان	یکان		صدگان	دهگان	یکان	
۹	۸	۵	×	۹	۷	۰	×
۹	۸	۰	×	۹	۶	۵	×
۹	۷	۵	×	۹	۶	۰	✓



۱- یک عدد طبیعی کوچکتر از ۵۰ داریم که بر ۷ بخش‌پذیر است و باقی‌مانده تقسیم آن بر ۵، مساوی ۳ است. این عدد چند است؟

۲- دو عدد طبیعی بیابید که حاصل ضرب آنها ۱۲ و حاصل جمع آنها ۸ باشد.

۳- پلاک خانمی ما چند است؟ پلاک خانه‌ی ما بین عدد ۵۰ و ۷۰ است. وقتی بر ۴ تقسیم کنیم ۲ تا باقی‌مانده می‌آورد و وقتی بر ۳ تقسیم کنیم باقی‌مانده یک می‌شود.

۴- مجموع سن سه نفر ۱۱ سال و حاصل ضرب سن آنها ۳۶ است. سن کوچک‌ترین نفر چند است؟

بخش ۴.۱

درس چهارم: راهبرد الگویابی

درس‌نامه ۴

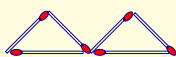
اگر در مسئله‌ای بین عددها یا شکل‌ها الگو یا نظم خاصی وجود داشته باشد؛ می‌توانیم با پیدا کردن این نظم (رابطه) به جواب سؤال برسیم.
بهتر است در این روش یک جدول رسم کنیم؛ که در ردیف اول از ۱ تا ۳ و ... شماره‌گذاری می‌کنیم. در ردیف دوم عددها یا تعداد اجزای مورد سؤال مربوط به شکل‌ها را می‌نویسیم و در ردیف سوم سعی می‌کنیم رابطه بین ردیف اول و دوم را به دست بیاوریم و بنویسیم. (رابطه پیدا شده باید در همه ستون‌ها برقرار باشد).

مثال

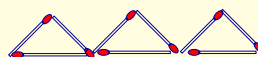
اگر شکل‌های زیر را ادامه بدهیم در شکل دهم چند چوب کبریت وجود دارد؟



(۱)



(۲)

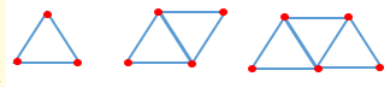


(۳)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵	۹	۱۲	...	...
شماره شکل $\times ۳$	۳×۱	۳×۲	۳×۳	۳×۴	...	$۳ \times \dots$

مثال

در شکل‌های زیر رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها پیدا کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	...
تعداد چوب کبریت	۳	۵	۷	...

رابطه‌ی کلی $۲ + ۱ \times \text{شماره شکل}$

روش اصلاحی برای یافتن رابطه بین تعداد چوب کبریت‌ها و شماره شکل به شرطی که فاصله بین اعداد، یکسان باشد:

اگر دقت کنیم در شکل بالا به تعداد چوب کبریت‌ها، دوتا دوتا اضافه می‌شود. پس فاصله، ۲ است.

باید فاصله را در شماره شکل ضرب کنیم و سپس کمی یا زیادی آن را با عدد مربوط به همان شماره شکل محاسبه کنیم.

$۲ \times ۱ = ۲ \Rightarrow \text{شماره شکل} \times \text{فاصله} \Rightarrow$ مثلاً برای شکل اول

اما در شکل اول، ۳ چوب کبریت داریم. پس باید به اضافه یک شود:

$۲ + ۱ \times \text{شماره شکل} \Rightarrow (۱ \times \text{شماره شکل}) + ۱ \Rightarrow$ رابطه‌ی کلی

در این صورت ما رابطه‌ی بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها را پیدا کردیم.

۱-

سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

ا) ۲، ۴، ۶، ۸، ...

ب) ۱، ۸، ۲۷، ۶۴، ...

پ) ۲۴۳، ۸۱، ۲۷، ۹، ...

۲-

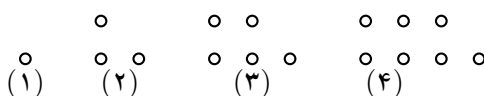
در الگوهای زیر جمله پنجم را به‌دست آورید.

ا) $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{3}{11}, \dots$

ب) $\frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{10}{15}, \dots$

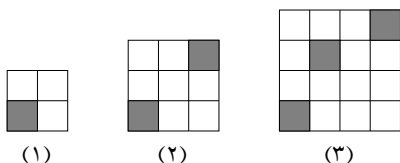
۳-

در شکل پنجاه و دوم چند دایره وجود دارد؟ چرا؟



۴-

اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶ رنگی است؟



(۱)

(۲)

(۳)

بخش ۵.۱

درس پنجم: راهبرد حدس و آزمایش

درس نامه ۵

یکی از کاربردی‌ترین روش‌ها در حل مسئله روش حدس و آزمایش است که شما بارها در حل معماها و چیستان‌ها از آن استفاده کرده‌اید. وقتی کسی معمایی می‌پرسد و شما بدون فکر و دلیل جواب می‌دهید نوعی حدس زدن است. اگر بتوانید همین حدس‌های خود را به صورت نظام‌دار بنویسید و هر حدس خود را بر اساس تفکر و منطق بیان کنید زودتر به جواب می‌رسید. پس ابتدا جدولی مانند جدول نظام‌دار تهیه کنید؛ ولی به جای اینکه تمام حالت‌های ممکن را بنویسید؛ در ستون اول حدس‌های خود را قرار دهید و در پایان جدول خود، ستونی با عنوان بررسی نتایج اضافه کنید. و هر حدس بعدی خود را بر اساس ستون بررسی نتایج بیان نمائید.

مثال

دسته‌ای کبوتر در حال پرواز بودند؛ کلاغی به آنها رسید و پرسید چند کبوتر هستید؟ آنها جواب دادند ما و ماو نصف‌ماو نیمه‌ای از نصف‌ماو گر تو هم با ما شوی جملگی صد می‌شویم. حالا شما بگویید کبوترها چند تا بوده‌اند؟

واضح است باید عددی پیدا کنیم که نصف و نصف داشته باشد؛ یعنی بر ۴ بخش پذیر باشد؛ مثلاً اگر عدد ۳۰ را در نظر بگیریم نصف آن ۱۵ می‌باشد و عدد ۱۵ را اگر نصف کنیم عدد ۷/۵ می‌شود که عدد صحیح نیست. پس حدس‌هایی منطقی است که بر ۴ بخش پذیر باشد.

حدس	آزمایش	بررسی نتایج
	$۱۰۰ = ۱ + \text{نیمه‌ای از نصف‌ماو} + \text{نصف‌ماو} + \text{ما} + \text{ما}$	
۴۰	$۱ + ۱۰ + ۲۰ + ۴۰ + ۴۰ = ۱۱۱$	زیاد است
۲۰	$۱ + ۵ + ۱۰ + ۲۰ + ۲۰ = ۵۶$	کم است
۳۲	$۱ + ۸ + ۱۶ + ۳۲ + ۳۲ = ۸۹$	کم است
۳۶	$۱ + ۹ + ۱۸ + ۳۶ + ۳۶ = ۱۰۰$	درست است

مثال

زهرا هنگام تولد، پدرش ۳۳ ساله بود. اکنون مجموع سن آنها ۶۱ سال است. سن هر کدام را بیابید.

راهبرد حدس و آزمایش	مجموع	زهرا پدر	زهرا
×	$20 + 53 = 73$	۵۳	۲۰
×	$15 + 48 = 63$	۴۸	۱۵
✓	$14 + 47 = 61$	۴۷	۱۴

خوب است با روش تستی مساله‌ای مانند بالا آشنا شوید.
هرگاه مجموع و اختلاف دو عدد را داریم، می‌توانیم از فرمول‌های زیر برای به‌دست آوردن عدد بزرگتر و عدد کوچکتر استفاده می‌کنیم.

$$\text{عدد بزرگتر} = \frac{\text{اختلاف دو عدد} + \text{مجموع دو عدد}}{2} = \frac{61 + 33}{2} = 47$$

$$\text{عدد کوچکتر} = \frac{\text{اختلاف دو عدد} - \text{مجموع دو عدد}}{2} = \frac{61 - 33}{2} = 14$$

مثال

اگر مجموع سه عدد زوج متوالی ۶۰ باشد، بزرگترین عدد کدام است؟

راهبرد حدس و آزمایش	مجموع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
×	۳۶	۱۴	۱۲	۱۰
×	۶۶	۲۴	۲۲	۲۰
✓	۶۰	۲۲	۲۰	۱۸

روش تستی در این سوالات به‌صورت زیر است.
هرگاه اعداد متوالی باشند، می‌توان برای به‌دست آوردن عدد وسط از فرمول زیر استفاده کرد.

$$\text{عدد وسط} = \frac{\text{مجموع عددها}}{\text{تعداد}} = \frac{60}{3} = 20$$

$$\underbrace{18}_{\text{زوج قبلی}} + \underbrace{20}_{\text{عدد وسط}} + \underbrace{22}_{\text{زوج بعدی}} = 60$$

بنابراین

$$44 - 11 \times \square = 11$$

به جای $\square$ چه عددی می‌توان قرار داد؟

-۱

چگونه می‌توان با چهار تا عدد ۳ و چهار عمل اصلی +، -، $\times$ و $\div$ به عدد صفر رسید.

-۲

اگر محمد برای دوستانش مداد تراش ۱۰۰۰ تومانی بخرد، ۱۴۰۰ تومان کم می‌آورد. اگر مداد تراش ۸۰۰ تومانی بخرد، ۸۰۰ تومان زیاد می‌آورد. تعداد دوستان محمد و کل پول او چقدر است؟

-۳

سه عدد دو رقمی بیابید که اگر ارقام آن را تغییر دهیم و با عدد اولیه جمع کنیم، حاصل عدد ۱۱۰ می‌شود.

-۴

بخش ۶.۱

درس ششم: راهبرد زیر مسئله

درس نامه ۶

مسئله‌هایی را که چند مرحله داشته باشند؛ می‌توان با قسمت کردن به چند مسئله کوچکتر به سادگی حل کرد. فقط باید دقت کرد که ترتیب نوشتن و حل زیر مسئله‌ها طوری باشد که به حل مسئله اصلی منجر شود البته این مهارت را با تمرین کردن می‌توان به‌دست آورد. جالب است بدانید که ما در طول روز و زندگی خود از راهبرد زیرمسئله زیاد استفاده می‌کنیم؛ مثلاً وقتی در فروشگاه خرید کرده‌ایم فروشنده با کمک راهبرد زیرمسئله هر کالایی را جداگانه حساب کرده و در آخر کار قیمت‌ها را باهم جمع می‌کند.

مثال

پدر سارا و دارا از شمال برگشته و همراه خود ۲ کیسه ۲۰ کیلوگرمی برنج آورده است. او می‌گوید: برنج‌ها را در شمال ۴۰۰۰۰۰ تومان خریده است و اصغر آقای سرکوپه همین نوع برنج را کیلویی ۱۳۵۰۰ تومان می‌فروشد. او از سارا و دارا می‌خواهد حساب کنند: برنج‌ها کیلویی چند تومان سود داشته است؟

زیر مسئله‌ها:

$$2 \times 20 = 40$$

(۱) پدر چند کیلو برنج خریده است؟

$$400000 \div 40 = 10000$$

(۲) پدر برنج‌ها را در شمال کیلویی چند خریده است؟

$$13500 - 10000 = 3500$$

(۳) تفاوت هر کیلو برنج در شمال و مغازه اصغر آقا چند است؟

۱- امیر ۶۰۰۰ تومان پول داشت. او با ۳٪ پول خود یک توپ و با نصف بقیه‌ی آن یک کلاه ورزشی خرید. چند تومان برای امیر باقی مانده است؟

۲- زهرا و فاطمه هر کدام ۱۵۰ تومان داشتند. فاطمه ثلث پولش را خرج کرد و زهرا نیز خمس پولش را به برادرش داد. حالا زهرا چند تومان بیشتر از فاطمه دارد؟

۳- علی برای خرید ۳ مداد و ۲ دفتر یک اسکناس ده هزار تومانی به فروشنده داد و ۱۰۰ تومان پس گرفت. اگر قیمت هر مداد ۳۰۰ تومان باشد. قیمت هر دفتر چند تومان است؟

۴- شکل مستطیلی کشیدیم که طول و عرض آن ۱۰ و ۵ سانتی‌متر است. اگر به عرض مستطیل ۲۰ درصد عرض اولیه اضافه و از طول مستطیل ۱۰ درصد طول اولیه کم کنیم. چند درصد مساحت زیاد می‌شود؟

بخش ۷.۱

درس هفتم: راهبرد حل مسئله ساده‌تر

درس‌نامه ۷

در دو مورد می‌توان به کمک حل مسئله ساده‌تر راه حل مسئله اصلی را پیدا کرده و به جواب برسیم.

۱. اگر در مسئله عددها خیلی بزرگ یا عددهای اعشاری و کسری باشند؛ می‌توان با تبدیل کردن عددها به عددهای کوچکتر یا عددهای صحیح راه حل مسئله را پیدا کنیم.

مثال

$\frac{1}{3}$ برابر عدد $\frac{6}{6}$ است؟

$$2 \times 4 = 8$$

مسئله ساده‌تر: ۲ برابر عدد ۴ چند است؟
پس باید از ضرب کمک بگیریم؛ و مسئله اصلی را حل کنیم.

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{6} = \frac{16}{3} \times \frac{66}{10} = \frac{16 \times 66}{3 \times 10} \stackrel{\text{ساده سازی}}{=} \frac{176}{5}$$

۲. اگر تعداد عددها خیلی زیاد باشند؛ می‌توانیم تعداد عددها را کم کرده و با کمک راهبرد الگویابی یک الگوی عددی پیدا کرد و به جواب اصلی رسید.

مثال

حاصل جمع اعداد یک تا ۱۰ چند می‌شود؟

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = ?$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

۵ جفت داریم که جمعشان ۱۱ است.

$$5 \times 11 = 55$$

پس حاصل جمع اعداد یک تا ده می‌شود:

حال با روش تستی آن آشنا می‌شوید:

$$\text{تعداد عدد} \times (\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}) = \text{حاصل جمع اعداد متوالی}$$

$$\frac{2}{2}$$

نکته ۱

مثال

حاصل جمع اعداد یک تا ۱۰۰ چند می‌شود؟

برای یافتن الگو با تعداد اعداد کمتر شروع به حل می‌نمائیم.

$$\frac{(1 + 100) \times 100}{2} = \frac{101 \times 100}{2} = 5050$$

مثال

حاصل جمع اعداد زوج متوالی از ۲ تا ۱۰۰ را به دست آورید.

$$۲ + ۴ + ۶ + \dots + ۱۰۰$$

دقت کنید در اینجا تعداد اعداد، ۱۰۰ تا نیست و باید تعداد را محاسبه کنیم.
برای به دست آوردن تعداد اعداد با فاصله یکسان می توان از فرمول زیر استفاده کرد.

$$۱ + \frac{(\text{عدد اول} - \text{عدد آخر})}{\text{فاصله}} = \text{تعداد اعداد با فاصله یکسان}$$

با این روش، ابتدا تعداد را محاسبه می کنیم و سپس در فرمول مجموع اعداد متوالی قرار می دهیم.

$$\text{تعداد} = \frac{۱۰۰ - ۲}{۲} + ۱ = \frac{۹۸}{۲} + ۱ = ۵۰$$

$$\text{مجموع} = \frac{(۲ + ۱۰۰) \times ۵۰}{۲} = \frac{۱۰۲ \times ۵۰}{۲} = ۲۵۵۰$$

تعداد قطره های یک ده ضلعی را به دست آورید.

-۱

حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

-۲

$$۱) \left(\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \dots + \frac{۱}{۴۹} \right) + \left(\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۳} + \frac{۳}{۴} + \dots + \frac{۴۸}{۴۹} \right) =$$

$$ب) \left(۱ - \frac{۱}{۵} \right) \times \left(۱ - \frac{۱}{۶} \right) \times \left(۱ - \frac{۱}{۷} \right) \times \dots \times \left(۱ - \frac{۱}{۲۰} \right) =$$

بخش ۸.۱

درس هشتم: راهبرد نمادین سازی

درس نامه ۸

اگر بتوانیم مسئله را به نمادهای هندسی تبدیل کنیم؛ مسئله به یک تساوی عددی تبدیل می شود و با حل تساوی عددی به راحتی به جواب می رسیم. انشاء... در فصل ۳ که با عبارتهای جبری آشنا می شوید؛ می توانید به راحتی از این راهبرد استفاده کنید ولی اکنون به جای مقدار خواسته شده اشکال هندسی ($\square, \bigcirc, \triangle, \dots$) و یا جای خالی قرار دهید و جواب تساوی عددی درست شده را با کمک جدول حدس و آزمایش به دست آورید.

مثال

از ۳ برابر عددی ۵ واحد کم نموده ایم حاصل ۲ برابر همان عدد شده است؛ آن عدد چند است؟

به جای عدد مورد نظر جای خالی گذاشته و عبارت را به صورت ریاضی می نویسیم.

$$\dots \times 3 - 5 = 2 \times \dots$$

حدس	آزمایش	بررسی
۲	$\overbrace{2 \times 3 - 5}^1 = \overbrace{2 \times 2}^4$	۳ تا اختلاف
۴	$\overbrace{4 \times 3 - 5}^7 = \overbrace{2 \times 4}^8$	۱ رقم اختلاف
جواب عدد ۵ می شود.	$\overbrace{5 \times 3 - 5}^{10} = \overbrace{2 \times 5}^{10}$	اختلاف صفر

۱- ریحانه یک کتاب ۳۸۰ صفحه ای را در ۷ روز مطالعه کرد و ۳۰ صفحه دیگر باقی ماند. او به طور متوسط هر روز چند صفحه مطالعه کرده است؟

۲- اگر از ۵ برابر عددی ۱۴ واحد کم کنیم، ۳ برابر همان عدد به دست می آید. آن عدد چند است؟

۳- مجموع سه عدد طبیعی متوالی ۳۶ است. کوچکترین عدد چند است؟

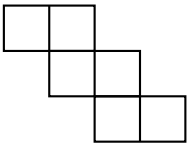
۴- دو برابر عددی را از ۷ کم کردیم. حاصل برابر با ۳ شد. آن عدد چند است؟

۵- به ۵ برابر عددی ۳ واحد اضافه کردیم. حاصل عدد ۱۸ شد. آن عدد را به دست آورید.

بخش ۹.۱

آزمون پایان فصل

ردیف	آزمون فصل اول	بارم
۱	(زیرمسئله - الگوسازی - الگویابی - حذف حالت‌های نامطلوب) روش‌های نمادین - حدس و آزمایش جاهای خالی را با استفاده از راهبردهای نوشته شده در کادر بالا کامل نمائید. آ) برای این‌که همه حالت‌های مختلف نوشته شود از راهبرد استفاده می‌شود. ب) هنگامی که در حل یک مسئله با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس می‌زنید از راهبرد استفاده کرده‌اید. پ) تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن راهبرد نام دارد. ت) در مسئله‌هایی که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد، از راهبرد استفاده می‌شود.	۱ نمره
۲	یک خرس تنبل روزی ۳ متر از درخت بالا می‌رود و شب‌ها ۲ متر به پایین سر می‌خورد. مشخص کنید او در روز چندم به بالای یک درخت ۱۴ متری می‌رسد؟	۱ نمره
۳	در یک هواپیما که دو سوم آن پر بود، $\frac{1}{5}$ مسافران پسر، $\frac{1}{4}$ مسافران دختر و ۶۶ نفر از آن‌ها مرد بودند. در این هواپیما چند صندلی وجود دارد؟	۱/۵ نمره
۴	با کمک ارقام (۰، ۷، ۳) چند عدد دو رقمی می‌توان نوشت؟ آن‌ها را بنویسید. (تکرار ارقام مجاز است.)	۱ نمره
۵	اگر ضلع مربعی را ۳۰ درصد کاهش دهیم، مساحت آن چند درصد کاهش می‌یابد؟	۱ نمره
۶	مساحت مستطیلی ۲۴ می‌باشد. اگر بخواهیم اضلاع مستطیل اعداد طبیعی و محیط آن کم‌ترین مقدار باشد، طول و عرض مستطیل را به‌دست آورید.	۲ نمره

۷	حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.	۲ نمره
	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} =$ $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} =$	
۸	احسان $\frac{1}{3}$ پول خود را خوراکی و $\frac{5}{6}$ باقی‌مانده را دفتر خرید و برایش ۵۰۰۰ تومان باقی ماند. کل پول احسان چند تومان بوده است؟	۱ نمره
۹	در شکل روبه‌رو ۶ مربع مساوی دیده می‌شود. اگر مساحت کل شکل ۵۴ متر مربع باشد، محیط شکل روبه‌رو را به‌دست آورید.	۲ نمره
		
۱۰	توپیی از ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین رها می‌شود و هر بار که به زمین می‌خورد ثلث ارتفاع قبلی بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد چند متر حرکت کرده است؟	۱/۵ نمره
۱۱	سن پدر و پسری روی هم ۵۲ سال است. اگر سن پدر ۳ برابر پسرش باشد هر کدام چند سال دارند؟	۱/۵ نمره
۱۲	اگر شکل‌های زیر را ادامه بدهیم. در شکل هشتم چند نقطه، چند ضلع و چند قطر خواهیم داشت؟	۲/۵ نمره
		
۱۳	در یک میدان اسب سواری ۲۶ سر و ۷۶ پا وجود دارد. در این میدان چند اسب وجود دارد؟ توجه: در میدان اسب سواری، هم اسب و هم اسب سوار است.	۲ نمره

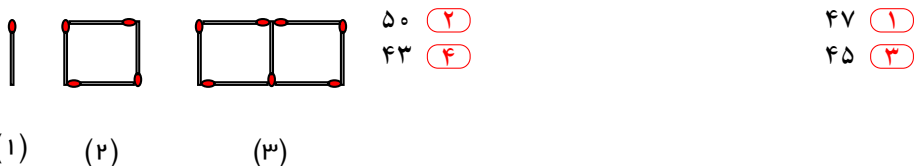
بخش ۱۰.۱

سوالات چهار گزینه‌ای

۱- حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟ $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{89}{90}$

☐ ۱ $\frac{1}{90}$
☐ ۲ $\frac{2}{90}$
☐ ۳ $\frac{91}{90}$
☐ ۴ $\frac{89}{2}$

۲- با توجه به شکل‌های مقابل شکل پانزدهم از چند چوب کبریت ساخته شده است؟



۳- توپی از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از هر بار زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود. این توپ پس از طی مسافت ۹۰ متر، چند بار به زمین برخورد کرده است؟

☐ ۱ بار
 ☐ ۲ بار
 ☐ ۳ بار
 ☐ ۴ بار

۴- محمد هفته‌ای ۴۰۰۰ تومان پول توجیبی از پدرش می‌گیرد. او حساب کرد اگر ۵ هفته پول توجیبی خود را جمع کند، نصف قیمت توپی است که دوست دارد بخرد. قیمت توپ چند است؟

☐ ۱ ۲۰۰۰۰
 ☐ ۲ ۴۰۰۰۰
 ☐ ۳ ۲۸۰۰۰
 ☐ ۴ ۱۰۰۰۰

۵- حاصل جمع دو عدد طبیعی، ۳۱ شده است. بیش‌ترین حاصل‌ضربشان کدام مقدار است؟

☐ ۱ ۲۴۰
 ☐ ۲ ۲۴۸
 ☐ ۳ ۲۵۲
 ☐ ۴ ۲۵۸

۶- در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. تعداد پاهای آنها ۵۶ تا است. چند تا مرغ در این مزرعه وجود دارد؟

☐ ۱ ۸
 ☐ ۲ ۱۰
 ☐ ۳ ۱۱
 ☐ ۴ ۱۲

۷- به‌جای علامت سوال (?) چه عددی قرار می‌گیرد؟

$\triangle + \square = ۲۰$
 $\square - \triangle = ۱۰$
 $\square \div \triangle = ?$

☐ ۱ ۳
 ☐ ۲ ۵
 ☐ ۳ ۱۰
 ☐ ۴ ۱۵

۸- قورباغه‌ای در ته چاهی به عمق ۲۵ متر افتاده است. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌جهد. اما ۲ متر به سمت پایین سر می‌خورد. پس از چند جهش به بالای چاه می‌رسد؟

☐ ۱ ۲۳
 ☐ ۲ ۲۴
 ☐ ۳ ۲۵
 ☐ ۴ ۲۶

۹- اگر اندازه ضلع مربعی را ۱۰ درصد افزایش دهیم، مساحت آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

☐ ۱ ۱۰
 ☐ ۲ ۲۱
 ☐ ۳ ۳۶
 ☐ ۴ ۴۴

۱۰- اگر بخواهیم کرایه تاکسی را که ۷۰۰ تومان است با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی پرداخت کنیم، به چند حالت این کار انجام می‌شود؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۱۱- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} \times 24 = ?$$

- $\frac{381}{16}$ (۲) $\frac{75}{64}$ (۱) $\frac{387}{16}$ (۴) $\frac{77}{64}$ (۳)

۱۲- حاصل ضرب سن سه نفر ۸۰ و مجموع سن آنها ۱۵ سال است. اختلاف سن کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین نفر کدام است؟

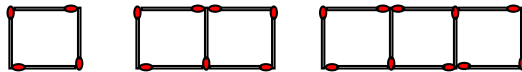
- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴)

۱۳- مکمل متمم زاویه‌ی ۳۳° کدام است؟

- ۱۲۳° (۱) ۳۳° (۲) ۱۳۳° (۳) ۱۴۳° (۴)

۱۴- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته شده است؟

- ۴۰ (۱) ۳۰ (۲) ۴۱ (۳) ۳۱ (۴)



۱۵- حاصل عبارت مقابل کدام گزینه می‌باشد؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024} + \frac{1}{2048} = ?$$

- $\frac{1023}{1024}$ (۲) $\frac{2047}{2048}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1023}{1048}$ (۳)

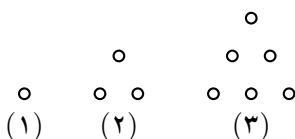
۱۶- حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{11} \times \dots \times 2\frac{1}{767} = ?$$

- $\frac{1535}{2}$ (۱) $\frac{767}{2}$ (۲) $\frac{1}{767}$ (۳) $\frac{1}{1535}$ (۴)

۱۷- دو زاویه مکمل یکدیگرند و یکی از زاویه‌ها ۴ برابر زاویه دیگر است. اندازه زاویه بزرگ‌تر چند درجه است؟

- ۱۸۰ درجه (۱) ۳۶ درجه (۲) ۱۴۴ درجه (۳) ۹۰ درجه (۴)



۱۸- با توجه به الگوی مقابل، در شکل بیستم چند دایره است؟

- ۲۲۰ (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۸۰ (۴)

بخش ۱۱.۱

یک پله بالاتر

۱- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right) =$$

$$1402 - (1401 - (\cdots - (4 - (3 - (2 - 1)))) \cdots) =$$

۲- چند عدد دو رقمی وجود دارد که بر ۷ و ۵ و ۲ بخش پذیر است؟

۳- نسبت دو زاویه متمم $\frac{2}{3}$ است. اندازه زاویه کوچکتر چند درجه است؟

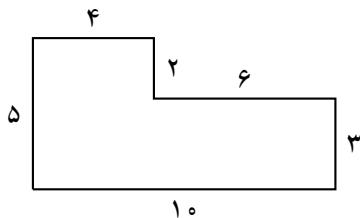
۴- تعداد ۱۰۰۰۰ تومانی‌های زهرا ۴ تا بیشتر از تعداد ۵۰۰۰۰ تومانی‌های اوست. او جمعاً ۱۶۰۰۰۰ تومان پول دارد. زهرا چه تعداد ۱۰۰۰۰ تومانی و چه تعداد ۵۰۰۰۰ تومانی دارد؟

۵- طول و عرض مستطیلی اعداد طبیعی هستند و طول مستطیل دو برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۱۸ باشد، محیط آن را به دست آورید.

۶- پدر علی به او مبلغ ۱۰۰۰۰۰ تومان داد. پدر علی تصمیم گرفت هر روز ۱۰٪ بیشتر از روز قبل به او پول بدهد. علی پس از ۴ روز چه مقدار پول دارد؟

۷- در یک ده ضلعی مجموع تعداد قطرهای و ضلع‌ها چقدر است؟

۸- یک باغچه همانند شکل زیر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه دورتادور آن را نرده بکشیم چند متر نرده احتیاج داریم؟



۹- تعدادی کبوتر و هشت پا روی هم ۶۰ سر و ۲۱۰ پا دارند. چند کبوتر داریم؟

(درخشان)