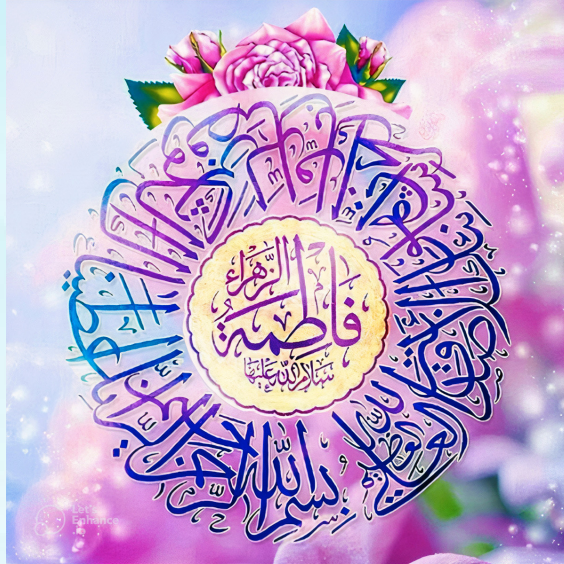


هوړ بحیب



تقدیم به ساحت مقدس حضرت زهرا (س)

ریاضی هشتم سرنخ

- ★ ارائه‌ی درس‌نامه‌ی کامل و روان به صورت بخش به بخش
- ★ ارائه‌ی تمرین‌های متنوع، طبقه‌بندی شده و هدفمند جهت کار در مدرسه و منزل
- ★ ارائه‌ی آزمون‌های امتحانی در پایان هر فصل و همچنین هر نیم‌سال
- ★ ارائه‌ی چند دوره آزمون‌های بهبود عملکرد
- ★ ارائه‌ی مفاهیم ریاضی در قالب داستانک‌های جذاب و آموزنده
- ★ استفاده از برنامه‌ی تخصصی $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ برای تایپ اصولی

گروه مؤلفان	سرشناسه:
کتاب کار ریاضی نمونه پایه‌ی هشتم دوره‌ی اول متوسطه	عنوان:
یزد، تیک، ۱۳۹۶	مشخصات نشر:
۲۸۰ ص، مصور، جدول، نمودار	مشخصات ظاهری:
۵-۹۵-۶۱۹۹-۶۰-۹۷۸	شابک:
فیپای مختصر	وضعیت فهرست‌نویسی:
ریاضیات - راهنمای آموزشی (دوره‌ی اول متوسطه)	موضوع:
ریاضیات - مسائل، تمرین‌ها و غیره (دوره‌ی اول متوسطه)	موضوع:
۴۸۳۴۸۱۹	شماره‌ی کتابشناسی ملی:

نام کتاب:	کتاب جامع ریاضی نمونه پایه‌ی هشتم دوره‌ی اول متوسطه
مؤلفان و پدیدآورندگان: (به ترتیب الفبا):	محمد علی آزادنژاد، سمانه اسدی، احمد بهمدی، مهدی خانجانی، امیر محمد دهشیری، محمد جواد دهقان، محسن راجی، فاطمه زرنگارپناه، زهرا شمس‌الدینی، مریم شهری‌زاده، فخرالسادات عابدینیان، سیده فاطمه عزیزالدینی، علی رضا غدیری، محمد رضا قربانی، عباس کارگر، غلام‌حسین کارگر، محمد رضا کارگر، الله‌کرم کیانی، عمار محتشمی، رضا ملک‌زاده، محمد رضا منتظری، سعیده‌السادات میرفخرالدین، میثم وطنیه، محمد علی هادیان ندوشن.
حروف‌نگار:	محمد علی آزادنژاد
رسام و صفحه‌آرا:	محمد علی آزادنژاد
طراح جلد:	حسین دهقان
ناشر:	انتشارات تیک
شماره ثبت:	۹۶-۲۸۷
نوبت چاپ:	هشتم (۱۴۰۳)
شمارگان:	۴۰۰۰ نسخه
قیمت:	۱۶۷۰۰۰ تومان
دفتر مرکزی:	یزد، صفائییه، ب شهیدان انتظاری - تلفن ۰۳۵۳۸۲۸۱۲۷۸
مرکز پخش:	انتشارات تیک (۰۳۵۳۸۲۸۱۲۷۸) کتاب چشمک (۰۳۵۳۶۲۶۱۷۷۰)



کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی این اثر برای انتشارات تیک محفوظ است. هیچ شخص حقیقی و حقوقی حق چاپ و تکثیر این اثر را به هر شکل و صورت، اهم از فتوکپی، چاپ کتاب و ... را ندارد. متخلفین به موجب بند ۵ ماده‌ی قانون حمایت از ناشرین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

فهرست مطالب

۱	عددهای صحیح و گویا	۱
۲	۱.۱ یادآوری عددهای صحیح	۱.۱
۸	۲.۱ معرفی عددهای گویا	۲.۱
۱۳	۳.۱ جمع و تفریق اعداد گویا	۳.۱
۱۶	۴.۱ ضرب و تقسیم عددهای گویا	۴.۱
۲۰	۵.۱ آزمون تشریحی	۵.۱
۲۳	۶.۱ سؤالات تکمیلی	۶.۱
۲۴	عددهای اول	۲
۲۵	۱.۲ یادآوری عددهای اول	۱.۲
۳۲	۲.۲ تعیین اعداد اول	۲.۲
۳۴	۳.۲ آزمون تشریحی	۳.۲
۳۸	۴.۲ سؤالات تکمیلی	۴.۲
۳۹	چندضلعی‌ها	۳
۴۰	۱.۳ چندضلعی‌ها و تقارن	۱.۳
۴۴	۲.۳ توازی و تعامد	۲.۳
۴۶	۳.۳ چهارضلعی‌ها	۳.۳
۴۹	۴.۳ زاویه‌های داخلی و خارجی	۴.۳
۵۴	۵.۳ آزمون تشریحی	۵.۳
۵۹	۶.۳ سؤالات تکمیلی	۶.۳
۶۰	جبر و معادله	۴
۶۱	۱.۴ ساده کردن عبارت‌های جبری	۱.۴
۶۷	۲.۴ مقدار عددی یک عبارت جبری	۲.۴
۷۰	۳.۴ تجزیه عبارت‌های جبری	۳.۴
۷۳	۴.۴ معادله	۴.۴
۸۰	۵.۴ آزمون تشریحی	۵.۴
۸۴	۶.۴ سؤالات تکمیلی	۶.۴
۸۵	بردار و مختصات	۵
۸۶	۱.۵ جمع بردارها	۱.۵
۹۳	۲.۵ ضرب عدد در بردار	۲.۵
۹۷	۳.۵ بردارهای واحد مختصات	۳.۵
۹۹	۴.۵ آزمون تشریحی	۴.۵
۱۰۱	۵.۵ سؤالات تکمیلی	۵.۵
۱۰۲	۶.۵ نمونه آزمون‌های نوبت اول	۶.۵

۱۱۱	مثث ۶
۱۱۲	۱.۶ رابطه‌ی فیثاغورس
۱۱۷	۲.۶ شکل‌های هم‌نهشت
۱۱۹	۳.۶ هم‌نهشتی مثلث‌ها
۱۲۳	۴.۶ هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه
۱۲۵	۵.۶ آزمون تشریحی
۱۲۹	۶.۶ سؤالات تکمیلی
۱۳۰	توان و جذر ۷
۱۳۱	۱.۷ توان
۱۳۴	۲.۷ قوانین توان
۱۳۸	۳.۷ جذر تقریبی
۱۴۱	۴.۷ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد
۱۴۳	۵.۷ خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها
۱۴۶	۶.۷ آزمون تشریحی
۱۴۹	۷.۷ سؤالات تکمیلی
۱۵۰	آمار و احتمال ۸
۱۵۱	۱.۸ دسته‌بندی داده‌ها
۱۵۵	۲.۸ میانگین داده‌ها
۱۵۹	۳.۸ احتمال یا اندازه‌گیری شانس
۱۶۲	۴.۸ بررسی حالت‌های ممکن
۱۶۴	۵.۸ آزمون تشریحی
۱۶۹	دایره ۹
۱۷۰	۱.۹ خط و دایره
۱۷۳	۲.۹ زاویه‌های مرکزی
۱۷۶	۳.۹ زاویه‌ی محاطی
۱۷۹	۴.۹ آزمون تشریحی
۱۸۱	نمونه آزمون‌های نوبت دوم ۱۰
۱۹۲	آزمون‌های بهبود عملکرد یزد ۱۱
۱۹۳	۱.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله اول ۹۳-۹۴
۱۹۵	۲.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله اول ۹۴-۹۵
۱۹۷	۳.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله اول ۹۵-۹۶
۱۹۹	۴.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله اول ۹۶-۹۷
۲۰۱	۵.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله اول ۹۷-۹۸
۲۰۳	۶.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله دوم ۹۳-۹۴
۲۰۵	۷.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله دوم ۹۴-۹۵
۲۰۷	۸.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله دوم ۹۵-۹۶
۲۰۹	۹.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله دوم ۹۶-۹۷
۲۱۱	۱۰.۱۱ آزمون بهبود عملکرد مرحله دوم ۹۷-۹۸

عدهای صحیح و گویا



عدهای گویا را هر روز بارها می بینید و به کار می برید،
فقط کافیست کمی بیشتر دقت کنید.

بخش ۱.۱

یادآوری عددهای صحیح

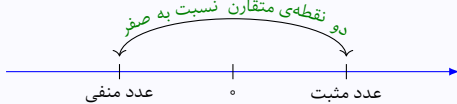
درسنامه ۱

عددهای طبیعی: عددهای ۱، ۲، ۳ و ... را عددهای **طبیعی** می‌نامند.

از اعداد طبیعی، برای **شمردن** تعداد اعضای یک جمعیت، استفاده می‌شود.
(در طبیعت، برای شمارش کوسفندها، هیچ‌وقت از ۰ شروع نمی‌کنند!! یا نمیکن ۲- تا کوسفند یا نمیکن ۲/۷۴۵ کوسفند!!)

اعداد طبیعی هیچ‌وقت تمام نمی‌شوند. (هر یا تو بکی آفرشه، من می‌کم نه! هنوز می‌تونی یکی اضافه کنی!!)

قرینه‌ای اعداد: اگر صفر محور را بگیریم مرکز تقارن، (سوزن پرگار، آینه یا وسط محور) اون وقت عددهای بالای صفر قرینه‌ای پیدا می‌کنند زیر صفر.



به جای بالای صفر و پایین صفر می‌گوییم **مثبت (+)** و **منفی (-)** (مثبت > 0 و منفی < 0)

اشتباه نکنید: قرینه که می‌کنیم قرار نیست حتماً به عدد کوچک‌تری برسیم. (قرینه‌ی اعداد منفی از خودشان بزرگ‌تره.)

به جای **قرینه‌ی ۵** می‌نویسیم **-۵**. به جای **خود ۵** می‌توانیم بنویسیم **+۵**.

هنگامی که عددی را قرینه می‌کنیم، فقط علامت آن عوض می‌شود، (مثبت، منفی می‌شود و منفی، مثبت).

قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد می‌شود خود عدد. (پرا) مثلاً $5 = -(-5)$

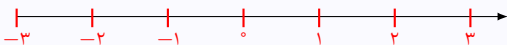
تنها عددی که قرینه‌اش با خودش برابر می‌شه، صفر است.

عددهای صحیح: اعداد صحیح عبارتند از:

عددهای طبیعی (اعداد صحیح مثبت)، قرینه‌ی عددهای طبیعی (اعداد صحیح منفی) و صفر

از اسمشون هم معلومه که این اعداد خرده ندارند.
(مثلاً ۲، -۷ و ۳۷۲۵ صحیح هستند، اما ۲/۵، $\frac{1}{3}$ و $\frac{7}{5}$ که خرده میارند، صحیح نیستند.)

حتماً هر عدد را به چشم یک نقطه روی محور ببینید:



ترتیب و مقایسه‌ی اعداد علامت‌دار را با دلیل و داستان یاد بگیر.

$-9 < 1$	$-5 < 3$	$-20 < -1$	$-100 < -1$
یک بازی بردن (خصوصاً تو خونه حریف) خیلی بیشتر می‌چسبه تا نه بازی باختن.	سه میلیون تومان پول حلال، خیلی بهتره از پنج میلیون تومان پول حرام.	بسیست تا غلط املایی بدتر است (ضایع‌تر است) از یه دونه غلط املایی.	پله‌ی صدم زیرزمین، پایین‌تره یا همون پله‌ی اولی که می‌روی تو زیرزمین؟

۱-۱ درست یا نادرستی جملات را معلوم کنید. علت نادرستی را نیز بیان کنید.

- (آ) قرینه‌ی هر عدد از خود آن عدد کوچک‌تر است.
 (ب) قرینه‌ی هر عدد منفی از خود آن عدد بزرگ‌تر است.
 (پ) تمام اعداد صحیح از صفر بزرگ‌تر هستند.
 (ت) اعداد صحیح مثبت همان اعداد طبیعی هستند.

۱-۲ جملات را کامل کنید.

- (آ) بزرگ‌ترین عدد طبیعی نامشخص است، اما کوچک‌ترین عدد طبیعی است.
 (ب) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی نامشخص است، اما بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی است.
 (پ) تنها عددی است که قرینه‌اش با خودش برابر است.
 (ت) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد با برابر است.

۱-۳ در داخل علامت مناسب $\leq$ یا $\geq$ قرار دهید.

(آ) $-2 \square - 8$

(ب) $-8 \square -(+8)$

(پ) $0 \square -(+3)$

(ت) $-19 \square +1$

(ث) $-(-6) \square -6$

(ج) $- (+ (- (-7))) \square - (-7)$

۱-۴ در هر مورد تعداد اعداد مشخص شده را به دست آورید.

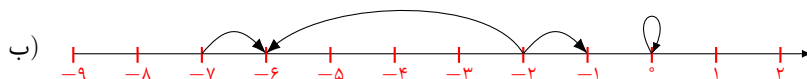
- (آ) اعداد صحیح بین ۳ و -۳
 (ب) اعداد صحیح بین ۱۰ و +۵
 (پ) اعداد صحیح بین -۲ و -۷
 (ت) اعداد صحیح بین ۵ و ۴

۱-۵ تمام اعداد صحیحی که می‌توان به جای x قرار داد تا رابطه‌های زیر درست باشند؛ را بنویسید.

(آ) $-5 < x < 2$

(ب) $-17 \leq x \leq -10$

۱-۶ برای هر حرکت روی محور، یک عدد علامت‌دار بنویسید.



۱-۷ دور اعداد صحیح خط بکشید.

$-2, 0, 4/75, +3, -9, 1396, -\frac{2}{3}, \frac{6}{2}$

درس نامه ۲

جمع و تفریق اعداد صحیح:

وقتی می نویسیم $۳ + ۴$ منظورمان جمع بین دو عدد ۳ و ۴ (دو حرکت پشت سر هم) است. حتی وقتی تفریق $۲ - ۷$ را می نویسیم، منظورمان جمع دو حرکت پشت سر هم ۷ و $۲ -$ است.

$$\underbrace{۴ - ۳}_{\text{تفریق}} = \underbrace{۴ + (-۳)}_{\text{جمع}}$$

در واقع تفریق هم نوعی جمع است: «جمع با قرینه، همان تفریق است.»

برای همین می توانیم $۳ - ۵$ را بخوانیم: جمع دو عدد ۵ و $۳ -$



خواهشاً جمع اعداد صحیح را با دلیل و داستان یاد بگیرید، نه با فرمول و قاعده.

حرکت روی محور (آسانسور، دما)	پول خرج کردن و بدهکار شدن	بار الکتریکی مثبت و منفی	فوتبال (گل زده و گل خورده)
$-۳ + ۷ = +۴$	$۳ - ۷ = -۴$	$-۷ - ۳ = -۱۰$	$-۷ + ۳ = -۴$
از طبقه $۳ -$ در زیرزمین یک آپارتمان ۷ طبقه بالا آمدیم. به طبقه $۴ +$ می رسیدیم.	۳ هزار تومان پول داشتیم. ۷ هزار تومان خرید کردیم. ۴ هزار تومان کم آوردیم.	۷ بار منفی داشتیم و ۳ بار منفی دیگر؛ روی هم می شوند: ۱۰ بار منفی.	تیمی ۷ گل خورده! اما توانسته ۳ گل بزند، یعنی هنوز ۴ گل عقب است.

جمع، خاصیت **جابجایی** دارد، یعنی مثلاً $۳ + ۴ - ۳$ با $۴ - ۳$ فرقی ندارد.

(بعضی وقت ها که می نوای مطمئن بشی درست نوشتی، بابه یا کن بین همون جواب به دست می آید یا نه.)

اگر عددی چند علامت دارد، ابتدا آن را **تک علامت** کنید.

$$۴ + (-۳) = ۴ - ۳ \quad ۴ - (-۳) = ۴ + ۳$$

علامت را فراموش نکنید:

$۵ - ۲ + ۲ = ۵ + ۰ = ۵$ ✓	$۵ - ۲ + ۲ = ۵ - ۴ = ۱$ ✗
بهرتر است کل عبارت را جمله جمله کرده، سپس جمله ها را با هم جمع کنیم. هر عدد باید یک علامت داشته باشد.	حرکت ها به خوبی تفکیک نشده اند. اصلاً حرکت وسطی ۲ نیست. علامت آن در نظر گرفته نشده است.

جمع هر عدد با قرینه اش می شود صفر. (بار مثبت و منفی هم دیگر را فتنی می کنند.)

$$(\cancel{۴ \times ۸}) + \cancel{۲۱ - ۳۲} + ۴ - ۲۱ = ۴ \quad \cancel{۸ + ۷ - ۶} + \cancel{۸ - ۷ + ۶} = ۰$$

جمع اعداد منظم: به دنباله ای از اعداد که با فاصله ی ثابت رشد کنند، دنباله ی منظم می گوییم. مانند:

$$۱, ۲, ۳, ۴, \dots, ۱۰۰ \quad ۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, \dots, ۵۰$$

با روش های زیر می توان **حاصل جمع اعداد منظم** را به دست آورد: (میانگین، فرمولی شده ی کار گاوس است!!)

روش میانگین	روش گاوس
تعداد $\times$ میانگین = مجموع در این جا میانگین، دقیقاً همون عدد وسط دنباله می شود و داریم: آخری + اولی = وسطی $\times ۲$ اولی - آخری = فاصله ی بین دو عدد $\times$ تعداد	$\begin{array}{ c } \hline ۱ \\ \hline ۲ \\ \hline \vdots \\ \hline ۹۹ \\ \hline ۱۰۰ \\ \hline \end{array} + \begin{array}{ c } \hline ۱۰۰ \\ \hline ۹۹ \\ \hline \vdots \\ \hline ۲ \\ \hline ۱ \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline ۱۰۱ \\ \hline ۱۰۱ \\ \hline \vdots \\ \hline ۱۰۱ \\ \hline ۱۰۱ \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ c } \hline ۱۰۰ \\ \hline ۹۹ \\ \hline \vdots \\ \hline ۲ \\ \hline ۱ \\ \hline \end{array} = \frac{۱۰۱ \times ۱۰۰}{۲}$

بد نیست بدانیم!



معلم تصمیم گرفت یه جواری سر کارش بگذارد تا این قدر سروصدا نکند.
 :- «بچه ببین چی میگم، از یک تا صد رو بنویس. بعد هم همش را با هم جمع کن.»
 دانش آموز ذوق کرده بود. این بهترین جریمه برایش بود: «مسأله»!!

تازه آرامش به کلاس برگشته بود که صدا زد آقا حل کردیم.
 معلم گفت: «بچه چرا دروغ میگی. اصلاً تو این فرصت کم چطور این همه عدد را نوشتی؟»
 :- «آقا به جان خودتان راست میگم. جواب می شود: ۵۰۵۰». و البته جواب همین بود.

اسم اون بچه ی چموش آلمانی، **کارل فردریش گاوس** بود؛ معروف به «شاهزاده ی ریاضی»

آدم خلاق، مثل همه به مسأله نگاه نمی کنه. گاوس اعداد را پشت سر هم جمع نکرد، اولی را با آخری جمع کرد، همین. روش گاوس را یاد بگیرید. اما روش مخصوص خودتان را داشته باشید.
 فقط خودتان را باور کنید. انتخاب با خودتان است: رنج حفظ کردن فرمول ها، یا لذت فهمیدن و ساختن آن ها.

-۸

درستی یا نادرستی جملات را معلوم کنید. علت نادرستی را بیان کنید.

- آ) در جمع اعداد صحیح اگر هر دو عدد منفی باشند، پاسخ حتماً منفی است.
 ب) قرینه ی هر عدد از خودش بزرگ تر است.
 پ) $3 - 5$ با $3/5$ یکی است.
 ت) هر تفریق را می توان به صورت جمع نوشت.

-۹

حاصل هر یک از جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

آ) $-8 + 8 =$	ب) $-8 + 0 =$	پ) $0 - 8 =$	ت) $-5 - 2 =$
ث) $-5 + 4 =$	ج) $3 - 7 =$	چ) $-3 + (-4) =$	ح) $(-5) - (-2) =$

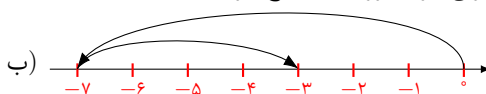
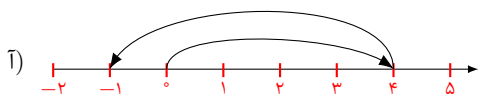
-۱۰

حاصل هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

آ) $-(-3 - 4) - (2 + 3) =$	ب) $-2 + [3 + (-4)] =$
پ) $[8 - (-8)] - 3 =$	ت) $(9 - 12) - (-11 - 14) =$
ث) $-12 + 9 - 6 + 12 - 3 =$	ج) $-35 + 16 + 35 - 9 =$

-۱۱

برای هر محور، یک جمع بنویسید.



-۱۲

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. (می توانید از روش گاوس استفاده کنید.)

آ) $4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 =$	ب) $3 + 8 + 13 + 18 + 23 =$
----------------------------------	-----------------------------

-۱۳

در هر مورد میانگین اعداد داده شده را به دست آورید.

آ) میانگین سه عدد -25 ، 19 و -12	ب) میانگین اعداد صحیح بین -5 و 9
--	--------------------------------------

درس نامه ۳

ضرب و تقسیم اعداد صحیح:

$$\text{ضرب } 3 \times 5 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline \end{array} = \text{جمع } 5 + 5 + 5$$

اول بیایید کمی معنی ضرب را یادآوری کنیم:

ضرب خلاصه شدهی جمع است.

هم علامتها	غیرهم علامتها
$++ = +$	$+- = -$
$-+ = -$	$-- = +$

برای ضرب دو علامت، از رابطه‌های روبرو استفاده می‌کنیم.

برای ضرب اعداد علامت‌دار، ابتدا کل علامت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم، سپس عددها را در هم ضرب می‌کنیم.

برای تقسیم هم، ابتدا مطابق قواعد بالا، علامت عبارت را مشخص نموده، سپس عددها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

در تقسیم‌هایی مثل $5 \div 3$ که حاصل تقسیم، ژند نیست، می‌توانیم از **کسر** استفاده کنیم: $5 \div 3 = \frac{5}{3}$

یادآوری توان: هرگاه عددی را چندین بار در خودش ضرب کنیم، می‌توانیم از توان استفاده کنیم.

مثلاً به جای آن‌که بنویسیم $5 \times 5 \times 5$ می‌نویسیم: 5^3

دقت کنید که 2^3 را هرگز نخوانید ۲ و ۲ و ۲. بلکه بخوانید ۲ در ۲ در ۲.

همان‌طور که ضرب خلاصه شدهی جمع است. **توان**، خلاصه شدهی ضرب است.

(همین‌طور که از اسم توان پیداست خیلی زور و توان داره و اعداد بزرگ‌تر از واحد را خیلی سریع رشد می‌دهد.)

ضرب $\rightarrow$ **تکرار جمع** $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3 = 12$

توان $\rightarrow$ **تکرار ضرب** $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad 3^2 = 3 \times 3 = 9 \quad 2 \times 3 = 6$$

قاطی نکنید:

یاد بگیرید و حفظ کنید:

$$\begin{array}{lllll} 2^1 = 2 & 2^2 = 4 & 2^3 = 8 & 2^4 = 16 & 2^5 = 32 \\ 2^6 = 64 & 2^7 = 128 & 2^8 = 256 & 2^9 = 512 & 2^{10} = 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} 3^1 = 3 & 3^2 = 9 & 3^3 = 27 & 3^4 = 81 & 3^5 = 243 \\ 4^1 = 4 & 4^2 = 16 & 4^3 = 64 & 4^4 = 256 & \\ 5^1 = 5 & 5^2 = 25 & 5^3 = 125 & 5^4 = 625 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} 11^2 = 121 & 12^2 = 144 & 13^2 = 169 & 14^2 = 196 & 15^2 = 225 \\ 16^2 = 256 & 17^2 = 289 & 18^2 = 324 & 19^2 = 361 & 20^2 = 400 \\ 21^2 = 441 & 22^2 = 484 & 23^2 = 529 & 24^2 = 576 & 25^2 = 625 \end{array}$$

یادآوری رادیکال: خیلی وارد جزئیات نمی‌شوم: **رادیکال برعکس توان است.**

$$5^2 = 25 \Leftrightarrow \sqrt{25} = 5$$

مثلاً $\sqrt{25}$ یعنی چه عدد مثبتي پوره که به توان ۲ رسیده و ۲۵ شده است.

مهم‌ترین چیزهایی از رادیکال، که فعلاً کاریشون داریم، عبارتند از:

$$\begin{array}{lllll} \sqrt{1} = 1 & \sqrt{4} = 2 & \sqrt{9} = 3 & \sqrt{16} = 4 & \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{36} = 6 & \sqrt{49} = 7 & \sqrt{64} = 8 & \sqrt{81} = 9 & \sqrt{100} = 10 \end{array}$$

اولویت در محاسبات: در هنگام محاسبات مهم‌ترین نکته این است که **ترتیب عملیات** را فراموش نکنیم:

۱. پرانتز (از داخلی‌ترین پرانتز) ۲. توان و رادیکال (از چپ به راست)

۳. ضرب و تقسیم (از چپ به راست) ۴. جمع و تفریق

درست ✓	نادرست ✗
$5 - 5 \times 2 = -5$ اول ضرب را انجام می‌دهیم بعد منها می‌کنیم	<del> $5 - 5 \times 2 = 0$ از چپ شروع می‌کنیم می‌ریم تا آخر </del>
-16 اول توان برسانیم بعد در منفی ضرب می‌کنیم	<del> -42 هم ۴ و هم منفی را به توان می‌رسانیم </del>

۱۴- جاهای خالی را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- (آ) اگر حاصل ضرب دو عدد، شود، یکی مثبت بوده و دیگری منفی. (مثبت، منفی)
 (ب) اگر حاصل ضرب دو عدد، شود، آن دو عدد هم علامت هستند. (مثبت، منفی)
 (پ) اگر حاصل ضرب دو عدد صحیح، یک عدد منفی باشد، حاصل تقسیم آن‌ها خواهد بود. (مثبت، منفی)
 (ت) حاصل ضرب هر عدد در همان قرینه‌ی آن عدد خواهد بود.
 (ث) حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر قرینه‌اش برابر است.

۱۵- حاصل را به دست آورید.

- آ) $2^3 + 3^2 - 2 \times 3 =$ ب) $5 + \sqrt{81} \div 3 =$
 پ) $-4^2 + (-4)^2 + (-4)^3 =$ ت) $\sqrt{25-9} + (-4)^0 =$
 ث) $-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 =$ ج) $2 - 2[1 - 1(4 - 6)^2]^3 =$
 چ) $\sqrt{(-8)^2} - (-1)^{1396} =$ ح) $-\sqrt{\frac{75}{3}} + 5\sqrt{64} =$
 خ) $(-1)^4 - (2 - (3 - 4) - 5) - 6 =$ د) $\frac{5 + 13^2 - 12^2}{5} =$
 ز) $(1402 - 1)(1402 - 2) \dots (1402 - 2023) =$
 ر) حاصل ضرب اعداد زوج بین 3^{100} و -3^{100}
 ز) حاصل جمع اعداد طبیعی فرد کوچک‌تر از ۱۵

۱۶- در جای خالی علامت مناسب + یا - قرار دهید که حاصل عبارت، کم‌ترین مقدار ممکن شود.

آ) $-8 \square + 3 \square - 2 \square + 7 =$

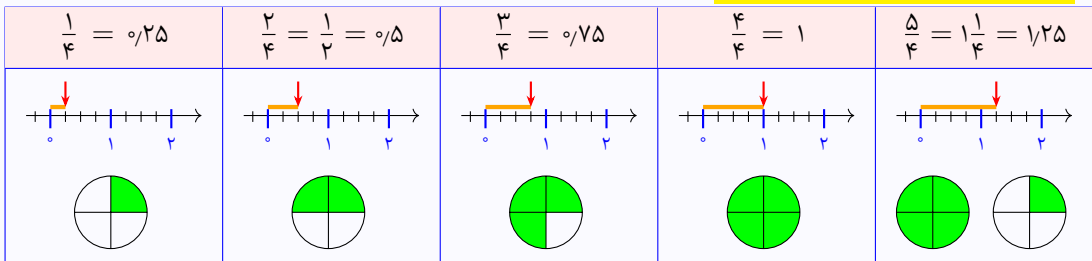
بخش ۲.۱

معرفی عددهای گویا

ماه مهرم بود. معلم ریاضی تازه می‌فواست عدد کسری و اعشاری را درس برهد اما اون روز عرف‌هاش یه حال و هوا ی دیکه‌ای داشت؛ پوی سیب سرخ می‌داد. پندر دقیقه‌ای که گذشت، معلم پای تخته رخت و نوشت: روز عاشورا، امام حسین(ع)، متأثر از شهادت برادر، فرمودند: «الآن انکسر ظهري». معلم معنی جمله را توضیح دار و بعد زیر دو کلمه‌ی «عاشورا» و «انکسر» خط کشید!!

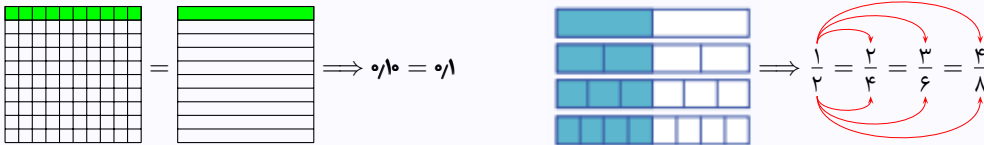
درس‌نامه ۴

یادآوری عددهای کسری و اعشاری:

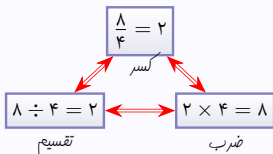


مخرج اعداد کسری، نشان می‌دهد که هر واحد به چند قسمت تقسیم شده است. صورت کسر نشان می‌دهد چند قسمت باید در جهت مثبت یا منفی از صفر دور شود.

هرگاه صورت و مخرج یک کسر را در عددی غیرصفر، ضرب یا تقسیم کنیم، کسر مساوی با آن به دست می‌آید. (به شکل‌های زیر نگاه کنید، عدد عوض نمی‌شود، قیافه‌اش عوض می‌شود.)



کسر، تقسیم و ضرب، سه مفهوم خیلی مرتبط هستند. (نگاه کنید.)

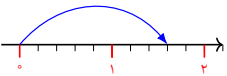


از نکته‌ی قبل برای تبدیل عدد مخلوط به کسر و بالعکس استفاده می‌شود. (سعی کن با تقسیم شکل عدد، این تبدیل‌ها را انجام بدهی.)

مخلوط (اعشاری) $\xrightarrow{\text{تقسیم}}$ کسر	کسر $\xrightarrow{\text{ضرب}}$ مخلوط $\rightarrow$ اعشاری
$2\frac{1}{3}$ تا قاچ: یک نون کامل. ۷ تا قاچ: چند تا نون کامل؟ $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$	$2\frac{25}{100} = 2\frac{25}{100}$ $= 2\frac{1}{4}$ تا نون کامل، هر نونی ۴ قاچ با ۱ قاچ اضافه $\frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$

کسری که صورتش برابر صفر باشد، مساوی صفر است. ($\frac{0}{5} = 0$ ، چون $0 \times 5 = 0$). اما اگر مخرج صفر شود، می‌گوییم کسر بی‌معنی است. (اگر بگی $\frac{5}{0}$ است؛ $\frac{5}{0} = a$ ، آن‌گاه $a \times 0 = 5$ ، برابری ۵ شده که غلطه.)

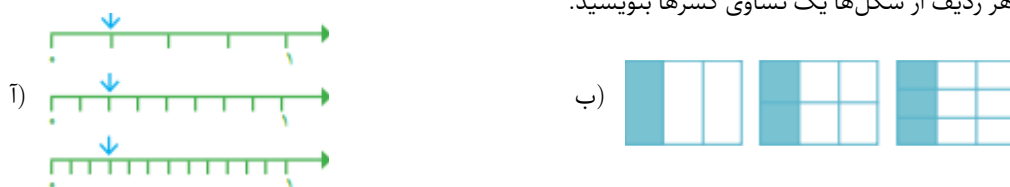
۱۷- جدول زیر را کامل کنید.

شکل	کسر	مخلوط	اعشاری
			
			
			
شکل	کسر	مخلوط	اعشاری
			
			
			

۱۸- معین کنید هر یک از اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح قرار می گیرند؟ (تقریب بنزیر).

- ا) $\frac{2}{7}$ ب) $4\frac{1}{8}$ پ) $\frac{45}{7}$
 ت) $2\frac{13}{14}$ ث) $17\frac{14}{100}$ ج) $\frac{33}{8}$

۱۹- برای هر ردیف از شکل ها یک تساوی کسرها بنویسید.



۲۰- کسرهایی زیر را تا حد امکان ساده کنید.

- ا) $\frac{48}{30}$ ب) $\frac{90}{36}$ پ) $\frac{45}{72}$ ت) $\frac{66}{42}$



درس نامه ۵

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} < \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

مقایسه دو کسر: مخرج ها که برابر باشند، مقایسه خیلی راحت.

$-\frac{5}{123} < +\frac{6}{123}$	$-\frac{5}{123} > -\frac{6}{123}$	$+\frac{5}{123} < +\frac{6}{123}$
اگر یک کسر مثبت و دیگری منفی باشد، مطمئناً عدد مثبت، بزرگتر است.	معلومه که طبقه ۶- پایین تر از طبقه ۵- است.	فیب معلومه ۵ تا تکه کم تر از ۶ تا تکه ی نون است.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \boxed{?} \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \boxed{>} \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

اما برای مقایسه ی $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ ، باید ابتدا کسرها را هم مخرج کنیم.

فقط قیافه ی دو کسر عوض می شود. در واقع تکه های دو طرف را ریزتر می کنیم تا مخرج ها برابر شوند.

$$\frac{3}{4} \boxed{?} \frac{5}{6}$$

$$\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

$$\frac{18}{24} < \frac{20}{24}$$

$$\frac{27}{36} < \frac{30}{36}$$

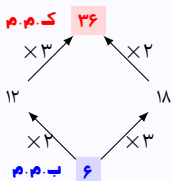
مخرج مشترک: هنگام مقایسه ی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ هر یک از عددهای ۱۲، ۲۴ و ۳۶ را می توان

به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفت.

شاید راحت ترین کار ضرب مخرج ها در هم باشد. $(6 \times 4 = 24)$ اما ۱۲ انتخاب بهتری است.

در این جا ۱۲ کوچک ترین مخرج مشترک (یا همان ک.م.م) است.

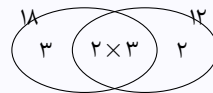
ک.م.م: در ادامه، از سه منظر، ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کرده ایم. (توضیح بیش تر، باشه فصل بعد).



$$۱۸ \text{ مضارب } = \{18, 36, 54, \dots\}$$

$$۱۲ \text{ مضارب } = \{12, 24, 36, 48, \dots\}$$

$$\text{ک.م.م} = 36$$



$$\text{م.م.ب} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{ک.م.م} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

در هر مورد ک.م.م اعداد داده شده را پیدا کنید.

-۲۱

ا) ۱۲، ۱۶

ب) ۸، ۱۸

پ) ۴، ۶، ۱۲

مقایسه کنید.

-۲۲

ا) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{5}$

ب) $\frac{11}{12} \bigcirc \frac{5}{6}$

پ) $\frac{3}{7} \bigcirc \frac{2}{5}$

ت) $\frac{5}{12} \bigcirc \frac{7}{18}$

ث) $\frac{17}{13} \bigcirc 2\frac{3}{5}$

ج) $\frac{24}{7} \bigcirc \frac{17}{5}$

چ) $2\frac{3}{3} \bigcirc \frac{28}{9}$

ح) $2\frac{5}{2} \bigcirc 4\frac{0}{3}$

خ) $\frac{-1}{21} \bigcirc \frac{-100}{21}$

د) $\frac{-1}{5} \bigcirc \frac{-1}{-5}$

ذ) $\frac{-1}{36} \bigcirc \frac{+7}{36}$

ر) $\frac{-7}{9} \bigcirc \frac{-7}{5}$

$\frac{2}{13}$ ، $-\frac{7}{8}$ ، $3\frac{2}{5}$ ، $-1\frac{3}{3}$ ، $-4\frac{5}{6}$ ، $\frac{17}{15}$

اعداد زیر را در جای خود درون جدول قرار دهید.

-۲۳

$x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$2 < x$

درس نامه ۶

اعداد گویا: هر عددی که بتوان به صورت کسری نوشت را **گویا** گوییم؛ به شرطی که اولاً صورت و مخرج، عدد صحیح باشند، دوماً مخرج صفر نباشد.

مثلاً -۵ گویا است. چون مخرج ۱ گرفته، می‌تواند به صورت کسری نوشته شود: $-\frac{۵}{۱}$.
(هر عدد طبیعی، صحیح، اعشاری مختوم و رادیکالی با جذر کامل، گویا است.)

همین اندازه بدانید که π و $\sqrt{۲}$ گویا نیستند. (هرگز نمی‌توان آن‌ها را به صورت کسری یا صورت و مخرج صحیح نامفرد نوشت!!)
دقت کنید که π (مییط دایره‌ای به قطر یک). گویا نیست ولی تقریباً برابر عدد گویای $\frac{۳۱۴}{۱۰۰} = ۳/۱۴$ می‌شود.

قرینه‌ی اعداد گویا: مانند اعداد صحیح، اگر محور را روی صفر، تا بزنیم، قرینه‌ی عدد پیدا می‌شود.

برای پیدا کردن قرینه، تنها علامت را عوض می‌کنیم. (مثلاً $۳\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{قرینه}} -۳\frac{۱}{۲}$ یا $۴/۱۲۷ \xrightarrow{\text{قرینه}} -۴/۱۲۷$)

ضرب طرفین = ضرب وسطین می‌دانیم $\frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۶}$. (در واقع این‌ها قیافه‌های مثلث نقطه $\frac{۱}{۲}$ روی محور هستند.) توی کتاب پنجم داشتید که در تساوی‌های کسری مانند این، تساوی طرفین با وسطین را هم داریم؛ یعنی

$$\frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۶} \iff \begin{matrix} \text{طرفین} \\ ۲ \times ۳ = ۳ \times ۲ \end{matrix} \iff \begin{matrix} \text{وسطین} \\ ۴ \times ۲ = ۶ \times ۳ \end{matrix}$$

حالا اگر در این تساوی، یکی از این عددها را ندادند، (معدله) با همین نکته، مجهول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲}{۴} = \frac{\boxed{}}{۶} \implies \begin{matrix} \text{طرفین} \\ ۶ \times ۲ = ۴ \times \boxed{} \end{matrix} \implies \boxed{} = \frac{۶ \times ۲}{۴} = ۳$$

-۲۴ درستی یا نادرستی جملات را معلوم کنید. علت نادرستی را نیز بیان کنید.

- (آ) هر عدد کسری که صورت آن صفر باشد، گویا نیست.
(ب) تمام اعداد گویا، صحیح هستند.
(پ) علامت منفی کنار خط کسری را می‌توان در صورت یا در مخرج (نه در هر دو) قرار داد.
(ت) هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک کسر نوشت.
(ث) کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد گویا وجود ندارد.

-۲۵ جملات را کامل کنید.

- (آ) اگر کسری برابر صفر باشد، فقط باید آن صفر باشد.
(ب) بین $\frac{۳}{۲}$ و $-\frac{۳}{۲}$ ، عدد صحیح قرار دارد.
(پ) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد گویا، با برابر است.
(ت) هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک یا روی محور اعداد مشخص کرد.

-۲۶ کدام مورد را می‌توان دقیق مشخص کرد؟

- (۱) کوچک‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از ۲+
(۲) کوچک‌ترین عدد گویای بزرگ‌تر از ۱-
(۳) بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از ۶-
(۴) بزرگ‌ترین عدد گویای کوچک‌تر از ۳+

در هر مورد، نقطه‌های خواسته شده را روی محور مشخص کنید.

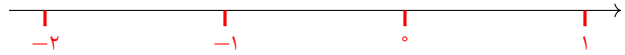
-۲۷

ا) $A = -1\frac{3}{4}$, $B = \frac{7}{4}$, $C = \frac{-5}{4}$

ب) $A = +\frac{2}{1}$, $B = -\frac{1}{2}$

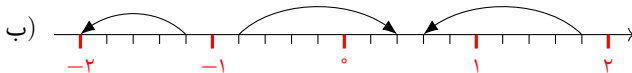
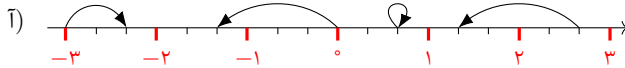


پ) $A = +\frac{1}{2}$, $B = +\frac{1}{3}$, $C = \frac{-7}{5}$



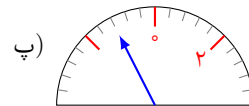
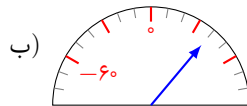
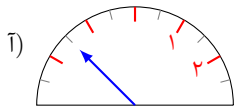
در هر مورد، حرکت‌های انجام شده چه عددی را نشان می‌دهند؟

-۲۸



در هر مورد عددی که عقربه نشان می‌دهد را بنویسید.

-۲۹



ابتدا هر عدد را به ساده‌ترین حالت بنویسید، سپس دور اعداد گویا خط بکشید.

-۳۰

ا) $-\sqrt{\frac{32}{2}}$

ب) $-\frac{\sqrt{32}}{2}$

پ) $\sqrt{4+9}$

ت) $\sqrt{4} + \sqrt{9}$

ث) $\frac{\pi \times 4}{2 \times 3}$

ج) $\frac{\pi \times 0}{5 \times 2}$

ابتدا عبارت‌ها را تعیین علامت کرده و سپس ساده کنید.

-۳۱

$\frac{(-8) \times 18}{12 \times (-16)} =$

$-\frac{15 \div (-3)}{15 \times 3} =$

$\frac{-18 \times 54}{30 \times (-72)} =$

در هر مورد مقدار x را حساب کنید.

-۳۲

ا) $-\frac{x}{10} = -\frac{9}{15}$

ب) $\frac{x}{12} = \frac{-42}{28}$

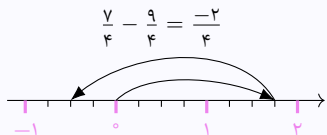
پ) $\frac{x}{27} = \frac{3}{x}$

بخش ۳.۱

جمع و تفریق اعداد گویا

درس نامه ۷

جمع و تفریق کسرهای هم‌مخرج:



مخرج‌ها مثل هم است. همین را می‌گذاریم تو مخرج جواب.
حاصل صورت‌ها را حساب می‌کنیم، می‌گذاریم تو صورت جواب.

یک اشتباه خطرناک این است که مخرج‌ها را با هم جمع کنیم:

~~$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$~~

$$\frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{3}{5}$$

قبلاً هم گفتیم، اگر عددی چند علامت دارد سعی کنید ابتدا آن را **نک‌علامت** کنید.

محاسبه‌ی جمع و تفریق اعداد کسری:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

تکه‌ها را با هم جمع و تفریق می‌کنیم؛ اما تکه‌های هم‌اندازه.

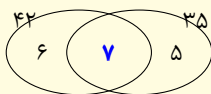


پس باید مخرج‌ها مثل هم باشند.
هم‌مخرج کردن هم که برای شما آب فورده!!

همان‌طور که می‌بینید هنگام هم مخرج کردن، اندازه‌ی تکه‌ها را ریزتر کرده‌ایم تا اندازه‌ی تکه‌های هر دو کسر یکی شوند.

مثال

حاصل $-\frac{2}{35} + \left(-\frac{1}{42}\right)$ را به دست آورید.



$$\text{م.م.م} = 5 \times 7 \times 6 = 210$$

جمع، جواز می‌خواهد.

جواز کار، هم‌مخرج کردن است.

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳۵ و ۴۲ برابر ۲۱۰ است.

$$-\frac{\cancel{2} \times 6}{35 \times 6} + \left(-\frac{\cancel{1} \times 5}{42 \times 5}\right) = \frac{-12 + (-5)}{210} = \frac{-17}{210}$$

$$-2\frac{3}{5} = -2 - \frac{3}{5}$$

هرگز نگوییم: ~~$-2 + \frac{3}{5}$~~ یعنی ~~$-2 + \frac{3}{5}$~~ در واقع اول ۲ واحد پایین رفتیم، بعد $\frac{3}{5}$ دیگر هم پایین رفتیم؛

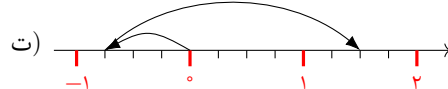
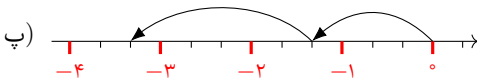
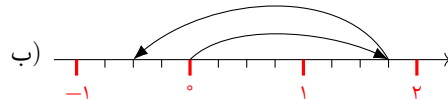
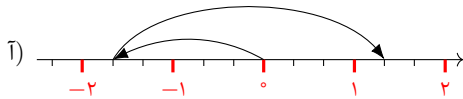
✓ درست	✗ نادرست
$\begin{array}{r} 2/31 \\ + 7/00 \\ \hline 9/31 \end{array}$	<del> $\begin{array}{r} 2/31 \\ + 7 \\ \hline 2/38 \end{array}$ </del>

جمع و تفریق اعداد اعشاری:

خیلی راحت؛ زیر هم می‌نویسیم و جمع می‌زنیم.
در جدول روبرو، حاصل $2/31 + 7$ را پیدا می‌کنیم،
اما یادمان نرود: ممیز زیر ممیز.

در هر مورد، متناظر با حرکت روی محور، یک جمع بنویسید.

-۳۳



برای جمع و تفریق‌های زیر، محور و حرکت‌های متناظر رسم کنید.

-۳۴

آ) $+\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$

ب) $\frac{-4}{3} + \frac{7}{3}$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

-۳۵

آ) $\frac{7}{5} - \frac{2}{5} =$

ب) $\frac{-6}{4} - (-\frac{13}{4}) =$

پ) $-\frac{11}{17} + \frac{-7}{17} =$

ت) $-\frac{5}{12} + \frac{7}{12} - \frac{+4}{12} =$

ابتدا کسرها را هم‌مخرج کرده، سپس حاصل جمع و تفریق‌های زیر را حساب کنید.

-۳۶

آ) $\frac{1}{5} - \frac{3}{10} =$

ب) $\frac{3}{4} - \frac{1}{12} =$

پ) $\frac{13}{100} - \frac{8}{10} =$

ت) $\frac{7}{18} - \frac{2}{9} =$

ث) $\frac{1}{2} - \frac{1}{7} =$

ج) $\frac{11}{2} - \frac{5}{3} =$

چ) $\frac{3}{5} - \frac{2}{3} =$

ح) $\frac{2}{5} - \frac{7}{4} =$

خ) $-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$

د) $\frac{5}{18} - \frac{1}{12} =$

ذ) $\frac{7}{10} - (-\frac{3}{4}) =$

ر) $\frac{2}{21} - \frac{5}{6} =$

ز) $\frac{3}{20} - \frac{3}{15} =$

ژ) $\frac{1}{6} + (-\frac{5}{9}) =$

هر عدد مخلوط را به صورت جمع یک عدد صحیح و یک عدد کسری بنویسید. -۳۷

$$۱) ۷\frac{۲}{۵} =$$

$$ب) -۶\frac{۵}{۹} =$$

$$پ) -۱۰\frac{۱}{۳} =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. (این سؤال را با سؤال قبل مقایسه کنید). -۳۸

$$۱) ۲ + \frac{۱}{۵} =$$

$$ب) -۲ - \frac{۱}{۵} =$$

$$پ) ۲ - \frac{۱}{۵} =$$

$$ت) -۲ + \frac{۱}{۵} =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. -۳۹

$$۱) ۵\frac{۱}{۲} - ۱\frac{۱}{۳} =$$

$$ب) ۴\frac{۱}{۶} - ۲ =$$

$$پ) ۲\frac{۱}{۵} - ۱\frac{۲}{۳} =$$

$$ت) ۸ - ۷\frac{۱}{۳} =$$

$$ث) ۳\frac{۲}{۵} - ۲ =$$

$$ج) -۲\frac{۱}{۷} - ۶ =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. -۴۰

$$۱) ۰/۲۰ + ۰/۰۹ =$$

$$ب) ۲/۱۲۵ - ۵۱/۰۰۹ =$$

$$پ) ۲/۷ - ۳/۴۸ =$$

محاسبات زیر اشتباه انجام شده است. اشتباه هر مورد را بیان کنید. -۴۱

$$۱) \frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۵}$$

$$ب) \frac{۳}{۱۵} + \frac{۳}{۲۰} = \frac{۳}{۳۵}$$

$$پ) ۵ - ۱\frac{۱}{۳} = ۴\frac{۱}{۳}$$

$$ت) ۵/۸ + ۱/۵ = ۶/۱۳$$

$$ث) ۹/۳۲ + ۴/۶ = ۹/۷۸$$

$$ج) ۷/۴ - ۱/۱۸۹ = ۶/۳۸۹$$

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت تقریبی محاسبه کنید. -۴۲

$$۱) ۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ =$$

$$ب) ۱۳\frac{۱}{۴} - ۱۵\frac{۵}{۶} =$$

$$پ) -۹\frac{۱}{۱۰} - (-۱۰\frac{۹}{۱۰}) + (-۱۰\frac{۱}{۹}) =$$

$$ت) -۱\frac{۱۷}{۱۹} + ۲\frac{۱}{۱۷} - ۵\frac{۱}{۳۳} =$$

بخش ۴.۱

ضرب و تقسیم عددهای گویا

درس نامه ۸

ضرب اعداد کسری:

ضرب سه مرحله دارد:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{5} \times \left(-3\frac{1}{5}\right) \xrightarrow{\text{کسر شود}} -\frac{15}{10} \times \left(-\frac{16}{5}\right) \\
 & \xrightarrow{\text{ساده شود}} -\frac{3}{2} \times \left(-\frac{16}{5}\right) \\
 & \xrightarrow{\text{ضرب شود}} \frac{24}{5}
 \end{aligned}$$

۱. کسر شود. (عدد مفلوط را کسر کنید و اعداد صحیح را مخرج یک برهید).

۲. ساده شود. (صورت و مخرج را تقریه، عامل مشترک را از بالا و پایین بزن)

۳. ضرب شود. (علامت در علامت، صورت در صورت، مخرج در مخرج)



در موقع ساده کردن، اشتباهات زیر را انجام ندهید:

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{10}$	$\frac{3}{3 \times 3}$	$\frac{5}{11} + \frac{3}{5}$
نمی‌توانیم عددهای صورت را با هم (یا عددهای مخرج را با هم) ساده کنیم.	وقتی ۴ فقط می‌خور، ۱ می‌ماند. غلط است بگوییم: «هیپی نمی‌ماند»	چون بین دو کسر ضرب نیست، ۵ها با هم ساده نمی‌شوند. اگر ضرب داشتی، فقط بزن.

معکوس:

$\frac{3}{2}$ و $\frac{2}{3}$ معکوس هم هستند. چون ضربشان برابر ۱ می‌شود. مشابه این را قبلاً داشتیم: ۲ و -۲ قرینه هستند، چون حاصل جمعشان برابر ۰ می‌شود.

- هنگام معکوس کردن، علامت را عوض نکنید: $-\frac{9}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{5}{9}$
- صفر تنها عددی است که معکوس ندارد. (قبلاً هم گفتیم که مخرج نمی‌تواند صفر باشد).
- ابتدا عدد داده شده را به صورت کسری بنویسید و سپس معکوس کنید:

$$\begin{aligned}
 -3 &= -\frac{3}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{3} & -2\frac{1}{3} &= -\frac{7}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{3}{7} & 2\frac{2}{5} &= \frac{12}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{12}
 \end{aligned}$$

تقسیم اعداد کسری:

تقسیم: همان ضرب در معکوس است: $6 \div 2 = 6 \times \frac{1}{2}$

$$3\frac{3}{5} \div 2\frac{2}{7} \xrightarrow{\text{کسر شود}} \frac{18}{5} \div \frac{16}{7}$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل شود}} \frac{18}{5} \times \frac{7}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده شود}} \frac{9}{5} \times \frac{7}{8}$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب شود}} \frac{63}{40}$$

مشابه این را قبلاً داشتیم: همان جمع با قرینه است: $4 - 3 = 4 + (-3)$

بنابراین تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و همان مراحل ضرب را دارد:

۱. کسر شود. (عدد مفلوط را کسر کنید و اعداد صحیح را مخرج یک برهید).

۲. تبدیل شود. (کسر اول را نوشته، تقسیم را به ضرب تبدیل کرده، کسر دوم را معکوس می‌کنیم).

۳. ساده شود. (صورت و مخرج را تقریه کنید و عامل مشترک را از بالا و پایین بزنید).

۴. ضرب شود. (علامت در علامت، صورت در صورت، مخرج در مخرج)

بنابراین می‌توان نشان داد که «تقسیم عدد یک، بر هر عدد غیرصفر، برابر معکوس آن عدد می‌شود».

۴۳- جملات را کامل کنید.

- آ) حاصل ضرب هر عدد در معکوسش برابر است.
 ب) معکوس کسر منفی بزرگ‌تر از واحد از خود عدد است.
 پ) تنها عددی است که معکوس ندارد.
 ت) معکوس عدد $1/42$ برابر است.

۴۴- برای هر شکل یا مسئله، یک ضرب بنویسید.

علی نصف زمین خود را کشاورزی کرد و در $\frac{2}{3}$ آن گندم کاشت. در چه کسری از کل زمین، گندم کاشته شده است؟	
حدود $\frac{3}{5}$ دانش‌آموزان ایرانی، در دوره‌ی ابتدایی تحصیل می‌کنند. اگر $\frac{1}{6}$ آن‌ها در کلاس ششم باشند. چه کسری از کل دانش‌آموزان کلاس ششمی هستند؟	

۴۵- از روی شکل ثابت کنید که حاصل ضرب $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$ برابر یک می‌شود.

۴۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. (برای هر جوابتان دلیلی به کمک شکل یا محور یا مسئله داشته باشید).

ت) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} =$ پ) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$ ب) $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} =$ آ) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$

ح) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} =$ چ) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{5} =$ ج) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$ ث) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} =$

۴۷- حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید. (هر جا امکان دارد پاسخ را ساده کنید).

پ) $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} =$ ب) $\frac{3}{5} \times 5 =$ آ) $8 \times \frac{1}{8} =$

ج) $1\frac{3}{7} \times 1\frac{4}{7} =$ ث) $2\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} =$ ت) $\frac{4}{3} \times \frac{7}{8} =$

خ) $(-\frac{14}{15}) \times (-\frac{6}{21}) =$ ح) $-1\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} =$ چ) $-\frac{6}{35} \times (-\frac{21}{8}) =$

ر) $(-0/6) \times (+0/50) =$ ذ) $(-1/1)^2 =$ د) $-2/3 \times 0/1 =$

جاهای خالی را پر کرده، قرینه و معکوس اعداد داده شده را پیدا کنید.

-۴۸

$$\text{آ)} \begin{cases} ۵ + (-۵) = ۰ \Rightarrow ۵ \text{ قرینه‌ی } = \dots \\ ۵ \times \frac{1}{۵} = ۱ \Rightarrow ۵ \text{ معکوسِ } = \dots \end{cases}$$

$$\text{ب)} \begin{cases} -\frac{1}{۳} + \dots = ۰ \Rightarrow -\frac{1}{۳} \text{ قرینه‌ی } = \dots \\ -\frac{1}{۳} \times \dots = ۱ \Rightarrow -\frac{1}{۳} \text{ معکوسِ } = \dots \end{cases}$$

$$\text{پ)} \begin{cases} -۲\frac{1}{۵} + \dots = ۰ \Rightarrow -۲\frac{1}{۵} \text{ قرینه‌ی } = \dots \\ -۲\frac{1}{۵} \times \dots = ۱ \Rightarrow -۲\frac{1}{۵} \text{ معکوسِ } = \dots \end{cases}$$

$$\text{ت)} \begin{cases} ۱/۵ + \dots = ۰ \Rightarrow ۱/۵ \text{ قرینه‌ی } = \dots \\ ۱/۵ \times \dots = ۱ \Rightarrow ۱/۵ \text{ معکوسِ } = \dots \end{cases}$$

حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید. (هر با امکان دارد پاسخ را ساده کنید).

-۴۹

$$\text{آ)} \frac{۳}{۵} \div \frac{۳}{۵} =$$

$$\text{ب)} \frac{۹}{۴} \div (-\frac{۵}{۴}) =$$

$$\text{پ)} \frac{۱۸}{۵} \div \frac{۶}{۵} =$$

$$\text{ت)} -۴ \div ۳ =$$

$$\text{ث)} -۲۱ \div (-۱۵) =$$

$$\text{ج)} -\frac{۲}{۳} \div \frac{۲}{۹} =$$

$$\text{چ)} ۱ \div \frac{۳}{۴} =$$

$$\text{ح)} ۱ \div (-\frac{۷}{۵}) =$$

$$\text{خ)} ۱ \div (-۰/۴) =$$

$$\text{د)} ۰/۶ \div ۲ =$$

$$\text{ذ)} ۳ \div ۱/۵ =$$

$$\text{ر)} ۱/۵ \div ۳ =$$

$$\text{ز)} \frac{۸}{۱۲} \div (-\frac{1}{۳}) =$$

$$\text{ژ)} -\frac{۹}{۲۴} \div (-\frac{۵}{۱۸}) =$$

$$\text{س)} \frac{-۲۴}{۲۵} \div (-\frac{۳۶}{-۱۵}) =$$

$$\text{ش)} ۴\frac{۳}{۸} \div ۱\frac{۳}{۴} =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. (اولویت‌ها را فراموش نکنید).

-۵۰

$$\text{آ)} -۲\frac{۲}{۳} \text{ معکوسِ } =$$

$$\text{ب)} \text{ثلثِ معکوسِ قرینه‌ی } ۱/۵ =$$

$$\text{پ)} \frac{۵}{۳} - \frac{۵}{۳} \div \frac{1}{۳} =$$

$$\text{ت)} -\frac{1}{۴} + \frac{۲}{۵} \times \frac{-۱۵}{۸} =$$

$$\text{ث)} \frac{-۴}{۷} + \frac{۴}{۷} \div \frac{۷}{-۴} =$$

$$\text{ج)} \frac{1}{۳ - \frac{1}{۳}} =$$

$$\text{چ)} \frac{\frac{۲}{۹}}{\frac{۸}{۳}} =$$

$$\text{ح)} \frac{\frac{۱۲}{۳۶}}{\frac{۱۴}{۱۵}} =$$

بزرگان ریاضی ایران



مریم میرزاخانی



پرویز شهریاری



محمد تقی فاطمی



غلامرضا جهانشاهلو



احمد بیرشک



یحیی تابش



منوچهر وصال



امیدعلی شهنی کرمزاده



مهدی بهزاد



عبادالله محمودیان



سیاوش شهشهانی



غلامحسین مصاحب

$$\text{خ)} \quad 1 \div \left(-\frac{25}{7} \times \left(-\frac{1}{3} \right) \right) =$$

$$\text{د)} \quad 1 \div \left(-\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{6} \right) \right) =$$

$$\text{ذ)} \quad -1\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{-8}{5} =$$

$$\text{ر)} \quad \left(-\frac{2}{5} \right) \div \left(-\frac{3}{4} + \left(-\frac{7}{10} \right) \right) =$$

$$\text{ز)} \quad \left(\frac{-7}{12} - \left(-3\frac{1}{6} \right) \right) \div \frac{-45}{27} =$$

$$\text{ژ)} \quad \left(-\frac{1}{9} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \right) \div \frac{-3}{4} =$$

$$\text{س)} \quad \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} =$$

$$\text{ش)} \quad \frac{\frac{2}{2} \times \frac{2}{3}}{\frac{2}{2} + \frac{2}{3}} =$$

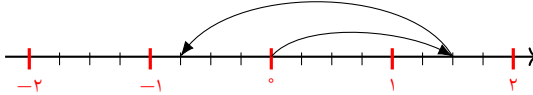
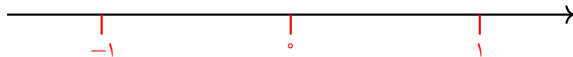
$$\text{ص)} \quad 1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

$$\text{ض)} \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$$

$$\text{ط)} \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} =$$

$$\text{ظ)} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024} =$$

نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی	آزمون ریاضی هشتم تاریخ آزمون: زمان شروع آزمون: مدت برگزاری: ... دقیقه تعداد ... سؤال در ... صفحه
نام پدر:	اداره کل آموزش و پرورش استان	نام دبیر: نام مدرسه: نام کلاس:
نمره به عدد:	نمره به حروف:	امضای دبیر:
ردیف	فصل اول: «عددهای صحیح و گویا»	نمره
۱	جملات درست را با «✓» و جملات نادرست را با «×» مشخص کنید. (آ) حاصل ضرب هر عدد در قرینه‌اش، برابر یک می‌شود. ☐ (ب) حاصل عبارت $(۲ \div ۳۶) \times ۵ - ۵$ عدد صفر است. ☐ (پ) عدد $\frac{\pi - \pi}{\pi}$ گویا نیست. ☐ (ت) بین ۲- و ۳- بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. ☐	۱
۲	هر یک از جملات زیر را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید. (آ) حاصل ضرب هر عدد گویای غیرصفر در معکوس آن، برابر می‌شود. (ب) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، است. (پ) حاصل تقسیم دو عدد با علامت‌های مختلف یک عدد است. (مثبت، منفی) (ت) عدد گویای $۵\frac{۱}{۲}$ از عدد گویای $۳\frac{۱}{۵}$ است. (بزرگ‌تر، کوچک‌تر)	۱
۳	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. (آ) کدام عدد بزرگ‌تر است؟ -۱۱ (۱) -۱۱۱ (۲) -۱۱۱۱ (۳) -۱۱۱۱۱ (۴) (ب) کدام گزینه گویا نیست؟ -۳۲ (۱) $-۲/۷$ (۲) $\sqrt{۷}$ (۳) $-۳\frac{۱۲}{۵۰}$ (۴) (پ) معکوس قرینه‌ی عدد $-۳\frac{۲}{۷}$ کدام است؟ $۳\frac{۷}{۲}$ (۱) $+\frac{۲۳}{۷}$ (۲) $-\frac{۲۳}{۷}$ (۳) $+\frac{۷}{۲۳}$ (۴) (ت) کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد گویای $-\frac{۹}{۴}$ و $-\frac{۵}{۴}$ قرار دارد؟ $-۳\frac{۲}{۴}$ (۱) $-۲\frac{۱}{۴}$ (۲) $-۱\frac{۳}{۴}$ (۳) $-۱\frac{۱}{۴}$ (۴)	۲
۴	تساوی‌های زیر را با نوشتن دو کسر ادامه دهید. $+\frac{۱}{۳} = +\frac{۲}{۶} =$ $-\frac{۳}{۸} = -\frac{۶}{۱۶} =$	۱
ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی بعد		

ردیف	ادامه‌ی سؤالات	نمره
۵	کسر را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید. $-\frac{۵۷}{۹} =$ $-۷\frac{۱}{۴} =$	۱
۶	در تساوی زیر، مقدار x را به دست آورید. $-\frac{۸}{۱۳} = -\frac{۳۲}{x}$	۱
۷	ابتدا تعیین علامت کرده، سپس ساده کنید. $\frac{۱۵ \times (-۸)}{۷۵} =$ $\frac{(+۷۲) \times (-۵۵)}{(-۴۴) \times ۸۱} =$	۲
۸	از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $۳\frac{۲}{۳} \quad -\frac{۲}{۳} \quad \frac{۱}{۵} \quad ۱\frac{۴}{۷} \quad ۲\frac{۵}{۶} \quad -۱\frac{۴}{۵}$	۲
۹	برای محور زیر یک جمع بنویسید. 	۱
۱۰	حاصل جمع زیر را به کمک محور به دست آورید. $-\frac{۳}{۵} - (-\frac{۷}{۵}) =$ 	۱
۱۱	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. $-۱ - ۲ - ۳ - \dots - ۱۹۸ - ۱۹۹ - ۲۰۰ =$ $-۵ + ۱۰ - ۱۵ + \dots + ۹۰ - ۹۵ + ۱۰۰ =$ $(۱۳۹۳ - ۱)(۱۳۹۳ - ۲) \dots (۱۳۹۳ - ۲۰۱۳)(۱۳۹۳ - ۲۰۱۴) =$	۳
۱۲	به صورت تقریبی حاصل را بنویسید. (به نزدیک‌ترین عدد گرد کنید). $-۱۳/۰۱ + (-۴/۸) + ۸/۱ =$ $-۵\frac{۱۴}{۱۵} + ۸\frac{۱}{۱۹} - ۷\frac{۱}{۱۰۲} =$	۲
ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی بعد		

ردیف	ادامه‌ی سؤالات	نمره
۱۳	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. $آ) -۲/۵ + ۴/۵ =$ $ب) ۰/۸۹ - ۴۵ =$ $پ) +۳\frac{۲}{۹} - (-۳\frac{۱}{۶}) =$ $ت) (-۳\frac{۲}{۷}) \times (-\frac{۱۴}{۲۳}) =$ $ث) (-\frac{۵}{۶} - \frac{۶}{۹} + \frac{۲}{۳}) \div \frac{۲۵}{۱۲} =$	۵
۱۴	علامت + و - قرار دهید تا حاصل کوچک‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. $-۱۵ \square (+۸) \square (-۳) \square (-۱۰) =$	۱
۱۵	مقایسه کنید. $\frac{۵}{۱۷} \square \frac{۶}{۱۷}$ $-\frac{۳}{۱۴} \square -\frac{۳}{۸}$ $\frac{۱۱}{۱۰} \square \frac{۱۱}{۱۵}$ $-\frac{۵}{۷} \square -\frac{۶}{۷}$	۱
موفق باشید.		



بخش ۶.۱

سؤالات تكمیلی

-۱

$$1) 8 - 8(4 - (7 - 20 \div 20)) =$$

$$ب) 15 + 18 + 21 + \dots + 321 + 324 =$$

$$پ) \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} - \frac{5}{12}\right) =$$

$$ت) \frac{5 - 5(3 - 7) - 7(14 - 8)}{6 - 6 \div 3 \times 2 + 24 \div 8 - 10} =$$

$$ث) \frac{-80/5 \times 50/4}{-1\frac{4}{21} \times 2\frac{1}{10}} =$$

$$ج) 20 - 24 + 28 - 32 + \dots + 204 - 208 =$$

$$چ) 1 - [(4^2 \times 6 - 2^3 \times 4) - 3^2] \times 3 =$$

$$ح) (1 + \frac{1}{p})(1 + \frac{1}{q}) + (1 + \frac{1}{q})(1 + \frac{1}{r}) \dots (1 + \frac{1}{n}) =$$

$$خ) -2 \div \left[-4 \div \frac{\frac{1}{3} - 1}{\frac{1}{3} - 2}\right] \div \left[-3 \times \frac{2 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1}\right] =$$

$$د) \frac{1378 \times 1354 - 563 \times 1378}{1354 - 563} =$$

$$ذ) 2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}} =$$

$$ر) 6 - \frac{8}{6 - \frac{8}{6 - \dots}} =$$

$$ز) \frac{12}{11} + \frac{13}{22} + \frac{14}{33} + \frac{15}{44} + \frac{16}{55} + \frac{17}{66} - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}) =$$

$$ژ) 1 + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}) + \dots + (\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \dots + \frac{99}{100}) =$$

$$س) \frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100} =$$

$$ش) \frac{3}{28} + \frac{3}{70} + \frac{3}{130} + \frac{3}{208} =$$

-۲

میانگین اعداد صحیح از ۱۸ تا ۵۲ را بیابید.

$$-۶) \text{ چند عدد صحیح } x \text{ می‌توان یافت که } \frac{3}{8} < \frac{x}{420} < \frac{4}{9}$$

-۳

حاصل ضرب دو عدد ۲۴- و حاصل جمع آن‌ها ۲+ است. عدد بزرگتر کدام است؟

$$-۷) \text{ اگر } 3 + a = \frac{2a}{1 - \frac{1}{3}}, \text{ آن‌گاه مقدار } \frac{1}{1 - \frac{1}{a}} \text{ را بیابید.}$$

-۴

در محدوده‌ی $14 \leq x \leq 13$ - به ترتیب چند عدد طبیعی، صحیح و گویا وجود دارد؟

$$-۸) \text{ اعداد } a \text{ و } b \text{ را طوری بیابید که فاصله‌ی بین } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ را به سه قسمت مساوی تقسیم کنند.}$$

-۵

قرینه‌ی ۵- نسبت به ۲ را بیابید.

$$-۹) \text{ مجموع سه عدد صحیح، } 15- \text{ و میانگین دو تای آن‌ها } 4 \text{ است. عدد سوم کدام است؟}$$

-۱۰

در هر مورد مقدار □ را پیدا کنید.

$$1) -(-8 - (+4 - (6 + \square) - 7) - 13) = 23$$

$$ب) (\frac{25}{18} \times \square) \times \frac{9}{10} = 1$$

$$پ) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{\square}{\frac{1}{7}}$$